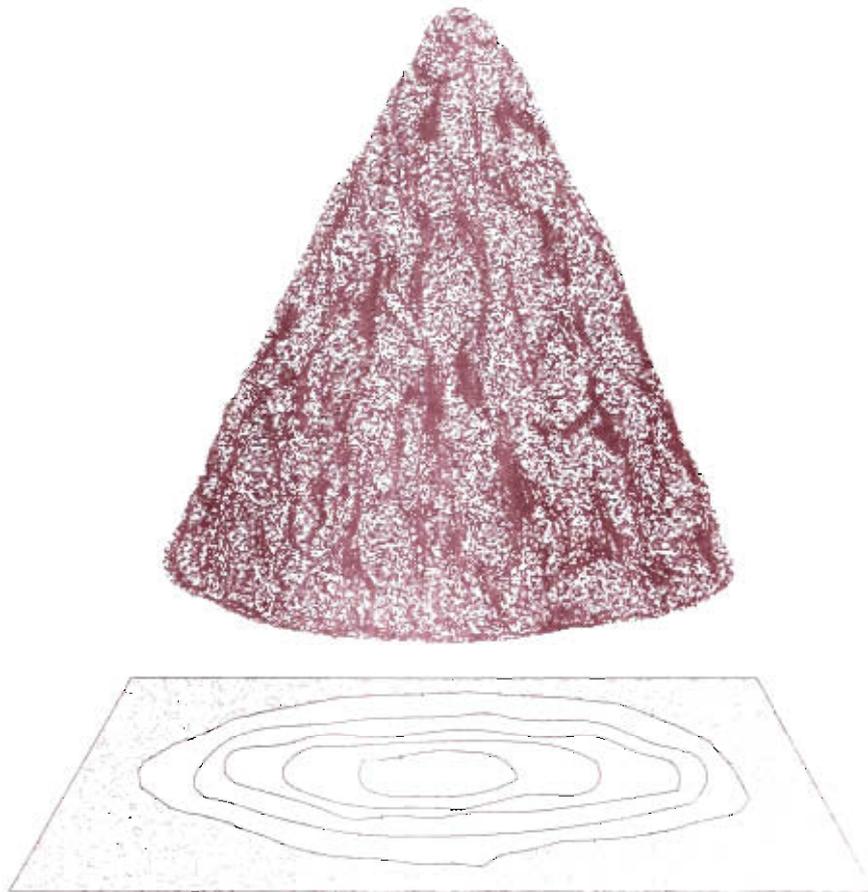


1036

# Apuntes de topografía

Dante A . Alcántara García





# Apuntes de topografía

Dante A Alcántara García



2895433

234102



División de Ciencias Básicas e Ingeniería  
Departamento de Materiales

UAM-AZCAPOTZALCO

RECTORA

Mtra. Mónica de la Garza Malo

SECRETARIO

Lic. Guillermo Ejea Mendoza

COORDINADOR DE EXTENSIÓN UNIVERSITARIA

Lic. Enrique López Aguilar

JEFA DE LA SECCIÓN DE PRODUCCIÓN Y DISTRIBUCIÓN EDITORIALES

Lic. Silvia Aboytes Perete

ISBN: 970-654-444-5

©UAM-Azcapotzalco  
Dante A. Alcántara García

Diseño de la Portada:  
Modesto Serrano Ramírez  
Corrección:  
Marisela Juárez Capistrán

Universidad Autónoma Metropolitana  
Unidad Azcapotzalco

Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas  
Deleg. Azcapotzalco, C.P. 02200  
México, D.F.

Sección de producción  
y distribución editoriales  
tel. 724-4422 ó 23 Fax 724-4422

2a. edición, 1999

Impreso en México

# TOPOGRAFÍA

## Índice



	Pag.
1. Introducción.....	5
2. Cadenas.....	8
3. Valores.....	12
4. Determinación de valores de una cadena planimétrica.....	14
5. Determinación de valores de una cadena altimétrica.....	179
6. Determinación de valores de una cadena planimétrica y altimétrica simultáneas....	193
7. Estudio de la fotografía aérea.....	136

### APENDICES

A. Convenciones de representación gráfica....	147
B. Modelos de registro y planillas de cálculo.	158
C. Otro método para la deducción de la fórmula del área en función de las coordenadas	182

### BIBLIOGRAFÍA

184



## TEMA 1. Introducción.

1.1. Definición y objeto. La topografía es una ciencia aplicada que se encarga de determinar las posiciones relativas o absolutas de los puntos sobre la tierra, así como la representación en un plano de una porción de la superficie terrestre, en otras palabras, la topografía estudia los métodos y procedimientos para hacer mediciones sobre el terreno y su representación gráfica. Ejecuta replanteos sobre el terreno para la realización de diversas obras de ingeniería a partir de las condiciones del proyecto establecidas sobre un plano; realiza también trabajos de deslinde, división de tierras, catastro rural y urbano y en su forma más refinada determina los límites entre estados y entre países.

Para practicar la topografía es necesario tener conocimientos de matemáticas en general y en forma muy especial de geometría y trigonometría, también un adiestramiento adecuado sobre manejo de instrumentos para hacer mediciones. Para profundizar en el estudio de la topografía es necesario tener conocimientos de otras ciencias como son: la física, la astronomía, la geología, etc.

La topografía está en estrecha relación con dos ciencias en especial: la geodesia y la cartografía. La geodesia determina la forma y dimensiones de la tierra y la cartografía se encarga de la representación, sobre una carta o un mapa, de toda la tierra o de una parte de ésta.

La diferencia entre la topografía y la geodesia está en los métodos y procedimientos de medición y cálculo que emplea cada una de estas ciencias, pues la topografía realiza sus trabajos en porciones relativamente pequeñas de la superficie terrestre considerándola como un plano, mientras que la geodesia debe tomar en consideración la curvatura terrestre, ya que sus mediciones son sobre grandes extensiones: poblados, estados, países, continentes y la tierra misma. De la representación de estas mediciones se encarga la cartografía proyectando sobre un plano, la parte o partes del esferoide terrestre y en esto estriba su diferencia con el dibujo topográfico, cuya representación en planos, cartas o mapas no toma en cuenta la forma de la tierra, pues se la considera como plana en la porción estudiada. Por las razones antes expuestas resulta imprescindible mencionar la conexión que existe entre estas ciencias de la tierra.

1.2. Aspecto histórico. En realidad se desconoce el origen de la topografía, pero se cree que fue en Egipto donde se hicieron los primeros trabajos topográficos, ya que los egipcios conocían la geometría como ciencia pura, para después aplicarla en lo que se puede considerar ya como topografía.

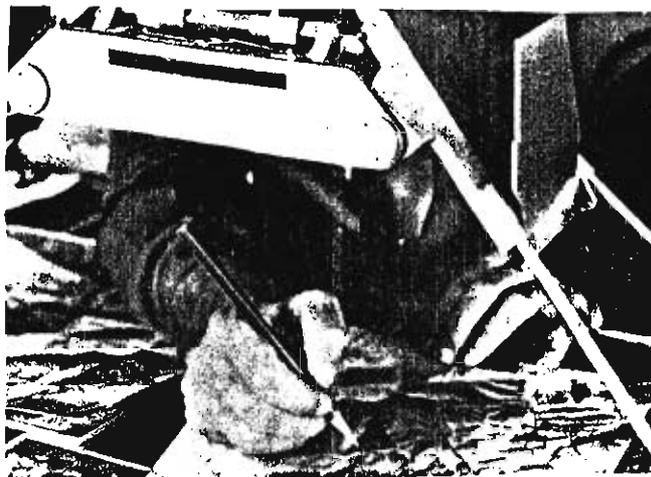
Los egipcios, hace más de 2000 años, dividían la tierra en parcelas para fines fiscales, mismas que, año tras año, eran arrasadas parcial o totalmente por los desbordamientos del río Nilo; ésto hizo que aparecieran los primeros topógrafos, llamados estira-cables pues reinstalaban los linderos haciendo mediciones con mecates anudados o marcados con unidades de longitud convencionales.

El incremento de la población, las necesidades de comunicación, de vivienda, la producción agrícola, la expansión territorial, etc., hizo desarrollar esta actividad desde métodos primitivos hasta ser considerada como arte en función de la tecnología existente y su desarrollo.

La topografía ha avanzado también gracias a los movimientos bélicos a través de la historia, la necesidad de elaborar mapas, cartas y planos topográficos hizo progresar a esta ciencia pues requería alta precisión en la determinación de límites entre países dando origen a la geodesia.

El aumento del costo de los terrenos y el progreso incontenible de fines del siglo XIX y del siglo XX, han provocado que se desarrollen instrumentos y métodos en forma vertiginosa hasta llegar al uso de tránsito, teodolitos, aparatos electrónicos, el uso del rayo Laser, fotogrametría, satélites artificiales, etc.





### 1.3. Actividades principales y divisiones para su estudio.

Actividades principales.	De campo De gabinete	{ Levantamiento* { Trazo** { Cálculo { Dibujo
Divisiones para su estudio.	{ Planimetría { Altimetría { Planimetría y altimetría simultáneas.	

\* Recopilación de datos de campo suficientes para dibujar en un plano una figura semejante al terreno que se desea representar.

\*\* Replanteo sobre el terreno a partir de un plano.

1.4. Aplicaciones en las diversas ramas de ingeniería. La topografía tiene aplicaciones dentro de la ingeniería agrícola, eléctrica, mecánica, de minas, geológica, industrial, etc. Hace un inventario general de una porción del terreno, ya sea por medición directa o por restitución fotogramétrica y lo representa en planos, mapas o cartas topográficas para que sobre ellos se realicen proyectos. En la actualidad es indispensable la información que proporciona la topografía para la realización de estudios y proyectos que requieren el conocimiento de la posición, dimensiones, forma y condiciones del terreno sobre el cual se va a realizar. Por ejemplo, en obras de ingeniería civil, donde es necesario hacer un levantamiento antes y durante la construcción de carreteras, ferrocarriles, edificios, puentes, canales, sistemas de drenaje, sistemas de abastecimiento de agua potable, sistemas de riego, etc.

## TEMA 2. Cadenas.

- 2.1. Definición. como ya se dijo anteriormente, la topografía es una aplicación de la geometría dentro de la cual tenemos una correspondencia entre los elementos geométricos y su materialización sobre el terreno. En geometría una cadena ( puede ser abierta o cerrada) es una sucesión de elementos geométricos (fig. 2.1), en los textos de topografía y en los de geometría las identificaremos como polígonos o poligonales.
- 2.1.1. Elemento geométrico: en geometría forma parte de un "todo", son ejemplos de elementos geométricos: los puntos, las líneas rectas, curvas, el sentido de una línea.
- 2.1.2. Objeto geométrico: es "algo de lo que se habla en geometría", pudiendo ser elementos en forma individual o ligada. Son ejemplos de objetos geométricos: los puntos, las rectas, las curvas, diagonales, contornos, superficies, cuerpos, etc.
- 2.1.3. Cadena geométrica: es un conjunto de elementos geométricos ligados entre sí.
- 2.2. Cadena topográfica: es una sucesión de elementos auxiliares, como vértices, lados, etc., materializados sobre el terreno y que proyectados sobre un plano los identificaremos como puntos, líneas, etc., elementos de una cadena geométrica o poligonal.
- 2.2.1. Cadena planimétrica ( planimetría ): es una de las divisiones de la topografía, consiste en proyectar sobre un plano horizontal los elementos de la cadena o poligonal sin considerar su diferencia de elevación (fig. 2.1).
- 2.2.2. Cadena altimétrica ( altimetría ): es la parte de la topografía que estudia las diferencias de elevación de los puntos sobre la superficie terrestre, dando su posición relativa o absoluta, proyectada sobre un plano vertical. La determinación de los valores correspondientes se consigue mediante su operación fundamental, que recibe el nombre de nivelación y puede considerarse como un tipo de levantamiento. (fig. 2.1).

2.2.3. Cadena planimétrica y altimétrica ( planimetría y altimetría simultáneas ): es la parte de la topografía que estudia los métodos y procedimientos de medición y representación gráfica de los elementos que componen las cadenas planimétrica y altimétrica simultáneamente. - (fig. 2.2).

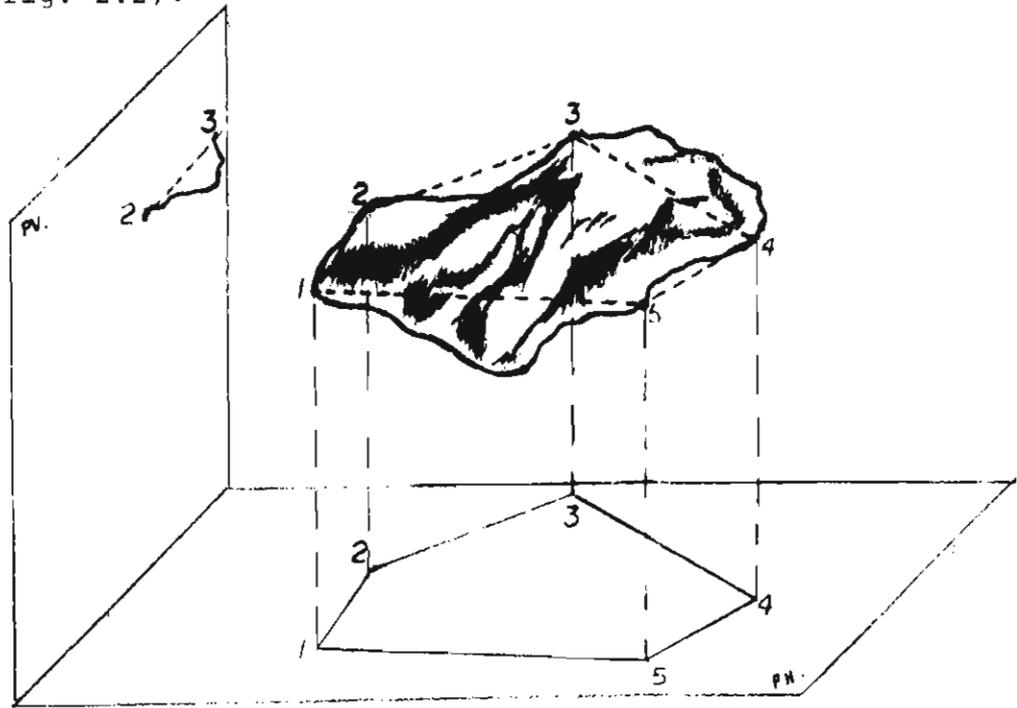


fig. 2.1

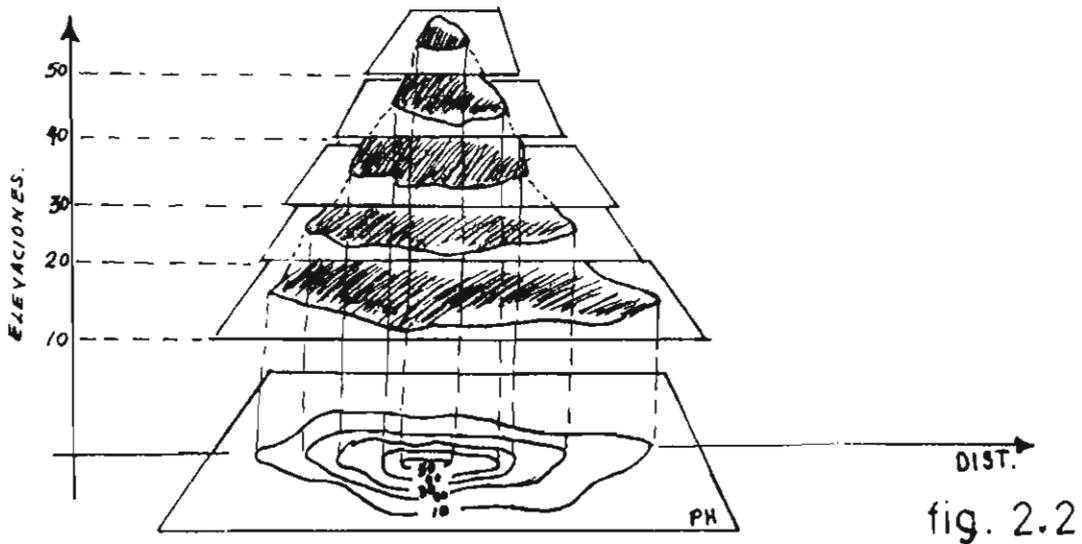


fig. 2.2

2.3. Sistema de referencia. En topografía se usan los planos del meridiano, del horizonte y el vertical para proyectar sobre ellos los diferentes objetos geométricos y poder conocer su posición en dos o tres dimensiones, formando sistemas de coordenadas  $(x, y)$ ;  $(x, y, z)$ ;  $(n, e)$ ;  $(r, \theta)$ ; que son distancias a los ejes de referencia contenidos en los planos antes mencionados (véanse las figuras 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7).

Plano meridiano: es aquél que pasa por un punto cualquiera de la tierra, que contiene al eje polar o eje del mundo, divide la esfera celeste en dos partes iguales describiendo un círculo máximo por el cual pasa la línea zenit-nadir (vertical del lugar).

Plano del horizonte: es un plano perpendicular a la vertical que pasa por un punto cualquiera de la tierra.

Meridiana: es la línea que resulta de la intersección del plano meridiano con el plano del horizonte, se le conoce como línea norte-sur o meridiana.

Plano vertical: es un plano perpendicular a los planos del horizonte y del meridiano.

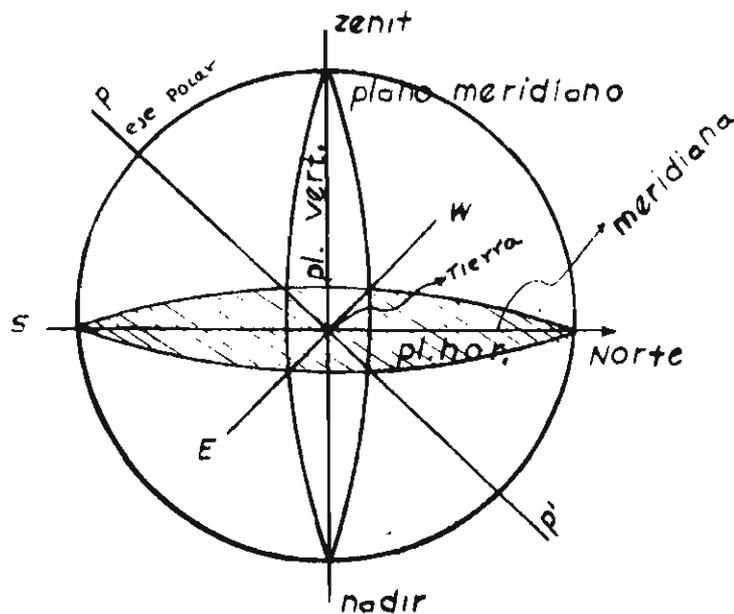


fig. 2.3

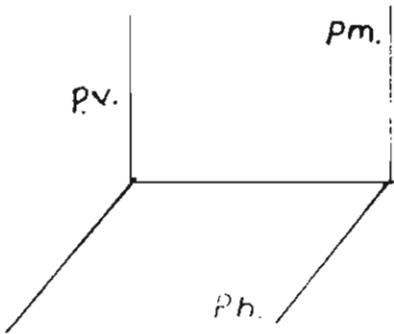


fig. 2.4

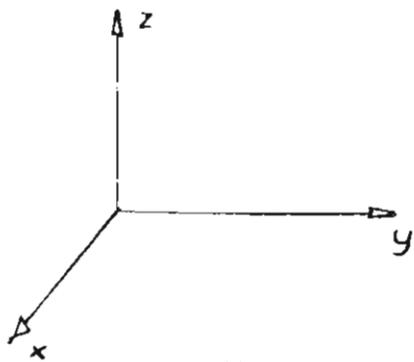


fig 2.5

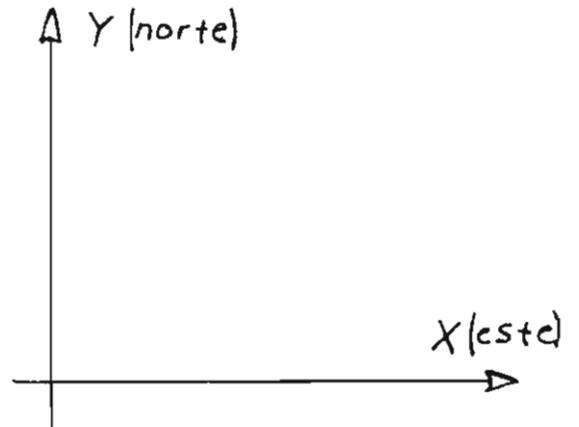


fig. 2.6

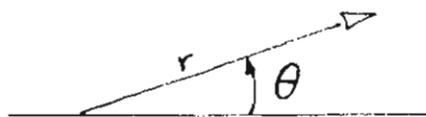


fig. 2.7

### TEMA 3. Valores.

Estudiaremos en este capítulo los valores correspondientes a los diversos elementos geométricos que componen una cadena.

- 3.1. Valores conocidos: siempre es posible conocer o establecer las coordenadas de un punto.
- 3.2. Valores desconocidos: son las distancias entre los puntos o vértices de una poligonal, sus ángulos, las direcciones de sus lados, el área y finalmente los volúmenes.
- 3.3. Sistema de unidades: en general se usan unidades del sistema métrico decimal, pero se incluyen en este capítulo las del sistema inglés y las unidades empleadas en otras épocas para determinar distancias, áreas y volúmenes.

A continuación se da una lista de las unidades más generalmente usadas en topografía y sus equivalencias.

#### Unidades de longitud:

#### Equivalencia en metros:

milímetro	0.001 m
centímetro	0.01
decímetro	0.1
metro	1.0
decámetro	10.0
hectómetro	100.0
kilómetro	1000.0
pulgada	0.0254
pie ( 12 pulg. )	0.3048
yarda ( 3 pies )	0.9144
milla ( 1760 yds. )	1609.341
vara	0.838001
legua ( 5000 varas )	4019.0

Unidades de área:

Equivalencia en metros  
cuadrados:

metro cuadrado	1 m <sup>2</sup>
pulgada cuadrada	0.000542
pie cuadrado	0.07802711
centiárea	1.0
área	100.0
hectárea	10,000.00
kilómetro cuadrado	1,000,000.00
acre ( 0.405 ha. )	4,050.0
varas cuadradas	0.7022
acre	4,046.87
yarda cuadrada	0.83613

Unidades de volumen:

Equivalencia en metros  
cúbicos:

metro cúbico	1 m <sup>3</sup>
pie cúbico	0.0217956
pulgada cúbica	0.00001261
vara cúbica	0.58848
yarda cúbica	0.76455

## TEMA 4. Determinación de valores de una cadena planimétrica

Conocidos los elementos geométricos que componen la cadena veremos ahora cómo se determinan sus valores correspondientes, ya sea por medición directa o por cálculo.

### 4.1. Determinación de valores por medición directa.

4.1.1. Coordenadas de los puntos. Es posible leerlas o medirlas directamente sobre un plano o mediante el uso de un coordinatógrafo.

#### 4.1.2. Medida de distancias:

Determinación directa de distancias mediante longímetros.

Para medir distancias en el terreno por métodos directos se usan instrumentos elementales cuya magnitud siempre es un múltiplo -- del metro como consecuencia de las grandes longitudes que en general hay que medir.

Los instrumentos más utilizados en la medida directa de distancias son:

- A) Cadena de agrimensor
- B) Cinta de lienzo
- C) Cinta metálica
- D) Hilos de metal invar
- E) Elementos auxiliares

A). Cadena de agrimensor. ( Actualmente casi en desuso ).

Este instrumento, está constituido por eslabones de hierro, unidos unos a otros formando una cadena provista en sus extremos de empuñaduras del mismo metal.

Cada eslabón está formado por un alambre grueso terminado en un anillo por sus dos extremos, uniéndose cada dos eslabones por otro anillo intermedio, la longitud de cada eslabón contada desde los centros de los aros de unión es de 20 cm. incluyendo las empuñaduras. En algunas cadenas de fabricación nacional esta longitud es de 10 cm.

B). Cinta de lienzo.

Están hechas de tejido de hilo sin refuerzo o fibra de vidrio, - ambas recubiertas de plástico.

Ejemplos: Cinta Million

Caja circular

No	LONG	ANCHO	GRADUACIÓN	CAJA	PESO
	MTS.	MMS.		DIAM.	KGS.
3020 M	20	19	Medios cms., cms., dms. y mts.	13.5 cm.	0.400
3030 M	30	19		13.5 cm.	0.500
3050 M	50	19		16.5 cm.	0.800

En cruceta

No.	LONG	ANCHO	GRADUACIÓN	CRUCETA	PESO
	MTS.	MMS.		CMS.	KGS.
4020 M	20	19	Medios cms., cms., dms. y mts.	15	0.400
4030 M	30	19		21 x 19	0.500
4050 M	50	19		25 x 19	1.200

b) Cinta de lienzo metálica.

Están hechas de tejido de algodón y reforzadas con delgados hilos de cobre para hacerlas más resistentes.

Ejemplo: Cinta Lufkin

No.	LONG. m	ANCHO mms	GRADUACIÓN	CAJA diam	PESO kg.
501M	10	16	cm, dm y m.		0.330
504M	20	16	cm, dm y m.		0.430
506M	30	16	cm, dm y m.	15 cm	0.600

C). Cintas de acero.

Se usan en trabajo rudo y donde se requiera buena precisión en los levantamientos topográficos, debe ser resistente a la oxidación y corrosión.

a) Cintas de uso general, en estuches circulares

Ejemplos: Cinta Lufkin.

No.	LONG. m.	ANCHO	G R A D U A C I O N				CAJA diám.	PESO kg.
			1er. dm.	los demás	RAYA	FONDO		
434 M.	20	10 mm.	mm. y cm.	cm, dm, m.	NEGRA	METAL	105 mm.	0.515
435 M.	25	10 mm.	mm. y cm.	cm, dm, m.	NEGRA	METAL	112 mm.	0.595
436 M.	30	10 mm.	mm. y cm.	cm, dm, m.	NEGRA	METAL	120 mm.	0.690
437 M.	50	10 mm.	mm. y cm.	cm, dm, m.	NEGRA	METAL	148 mm.	1.040

b) Cintas en cruceta

Ejemplo: Cinta Lufkin.

No.	LONG. m.	ANCHO	G R A D U A C I O N				Cruceto cm.	PESO kg.
			1er. dm.	los demás	RAYA	FONDO		
05100 M	30	6 mm.	mm. y cm.	cm, dm, m.	NEGRA	METAL	33 x 145	0.910
05164 M	50	6 mm.	mm. y cm.	cm, dm, m.	NEGRA	METAL	37 x 25	1.970
05328 M	100	6 mm.	mm y cm.	cm, dm, m.	NEGRA	METAL	446 x 32	3.080

D) Hilos de metal invar.

Para medidas de mayor precisión se utilizan los hilos de invar. El metal invar es una aleación de hierro y níquel, con el 36 por 100 de este último. El níquel posee la propiedad de tener un coeficiente de dilatación tan pequeño que se puede considerar prácticamente nulo.

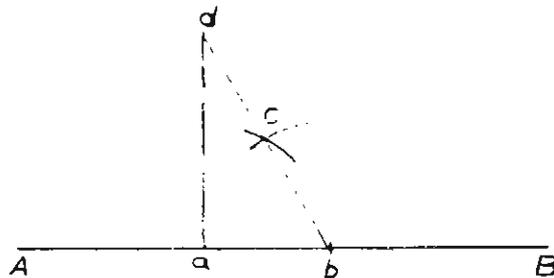
Para las operaciones topográficas se construyen hilos de 1.5 milímetros de diámetro terminados en un extremo por cilindros con una ranura para hacer pasar una plomada, los cuales van unidos a un mango con un dinamómetro de resorte. Manteniendo una tensión determinada la catenaria que forma el hilo extendido equivale a una separación entre las ranuras fijas ya conocida de antemano, generalmente de 20 metros.

E) Elementos auxiliares: balizas, estacas, trompos, fichas-etc.

Trazos con cinta:

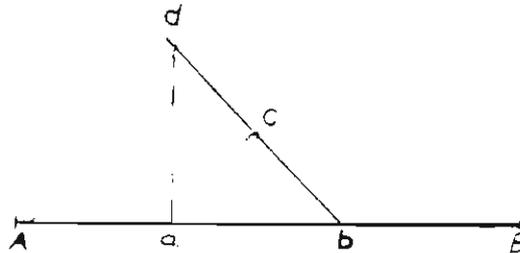
Los puntos que se indican en los problemas siguientes pueden ser marcados con fichas, estacas, troncos, etc.

Dada una línea AB levantar una perpendicular por el punto a.



Solución: Se marca el punto c equidistante del punto a. Sobre la prolongación del lado bc, se marca el punto d, a una distancia bc a partir del punto c. El punto d, resuelve el problema.

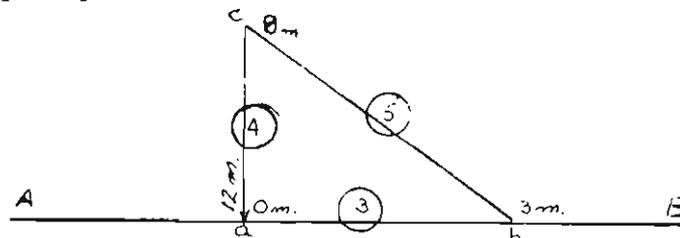
Desde un punto d, bajar una perpendicular a la línea AB.



Solución: Se marca un punto b sobre la línea AB, se marca un punto c a la mitad de db. A partir de c, se mide una distancia igual a cb y se marca el punto a sobre la línea AB.

El punto a resuelve el problema.

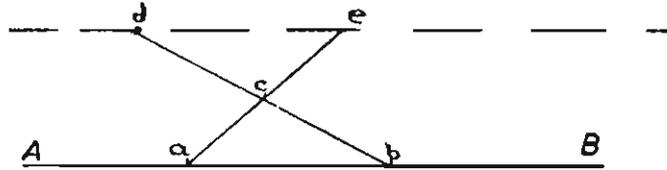
Los dos problemas anteriores se pueden resolver por medio de los números pitagóricos 3, 4, 5.



Solución: Se coloca la cinta con origen en el punto a, se clava una ficha que corresponda a 3 metros de distancia ( punto b ),

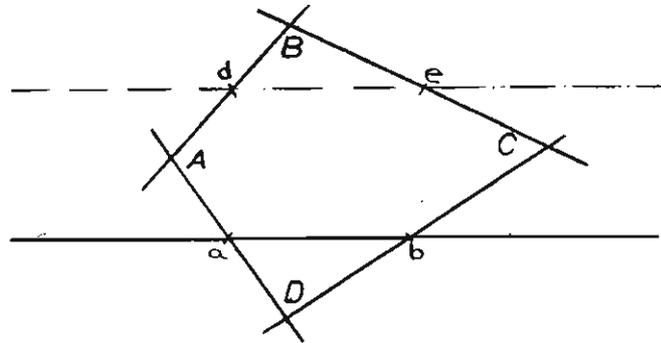
se marca otro punto d a la distancia 8 metros. La operación debe hacerse hasta coincidir en el punto a la marca de 12 m de la cinta.

Por un punto d pasar una paralela a una recta AB.



Solución: se marcan dos puntos sobre AB, el punto a y el punto b, se marca el punto c a la mitad del segmento db, sobre la línea ac se marca el punto e, a partir del punto c a una distancia a ac, el punto e resuelve el problema.

El problema anterior se puede resolver también estableciendo un cuadrilátero que contenga a dos puntos de la recta AB y al punto d de tal manera que los puntos abd queden a la mitad de su lado correspondiente.



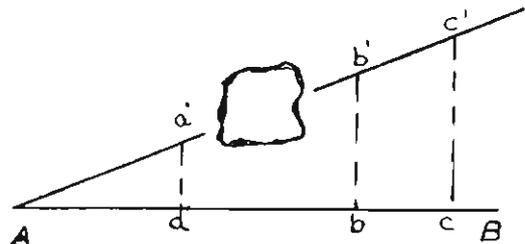
Prolongación de un alineamiento cuando hay un obstáculo.

Solución: se lleva una línea ABA que libere el obstáculo. Por los puntos a, b y c se levantan perpendiculares, por lo que se tienen definidos, triángulos semejantes y por lo tanto se pueden hallar las distancias bb' y cc' con las que se pueden marcar los puntos b' y c' que resuelven el problema.

distancias conocidas; Aa, Ab, Ac y aa' por lo tanto:

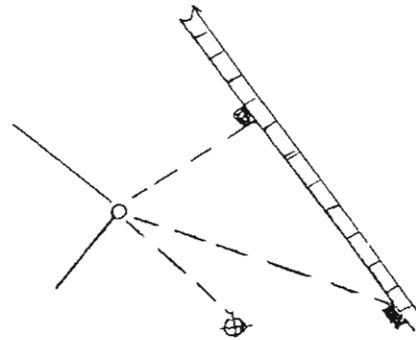
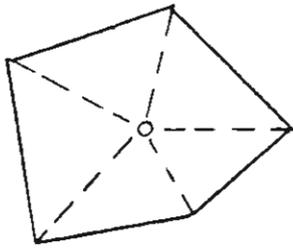
$$bb' = \frac{aa' \cdot Ab}{Aa} \quad cc' = \frac{aa' \cdot Ac}{Aa}$$

$$bb' = K \cdot Ab \quad cc' = K \cdot Ac$$



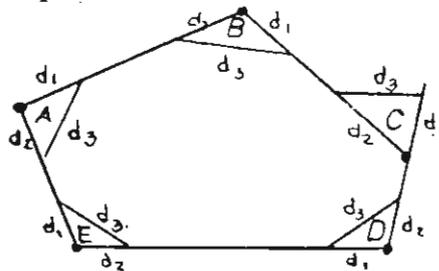
Levantamiento con cinta.

Por radiaciones: el levantamiento se efectúa descomponiendo el polígono en triángulos

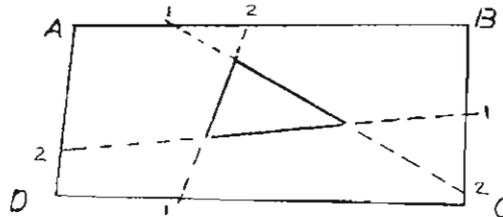


bastará entonces medir los lados del contorno y las radiaciones del punto 0 a cada vértice del polígono.

Por lados de liga: el levantamiento se efectúa midiendo las distancias del contorno y los ángulos se definen midiendo pequeñas distancias a partir de cada vértice, tal como se indica en la figura. Conviene valores de 5 ó 10 m. para las distancias en los lados del contorno para facilitar el cálculo.

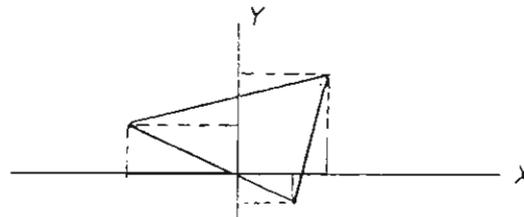


Por prolongación de alineamientos: se levanta definiendo un polígono envolvente sobre el cual se miden las distancias entre los puntos que resultan de la prolongación de los alineamientos del polígono por levantar.



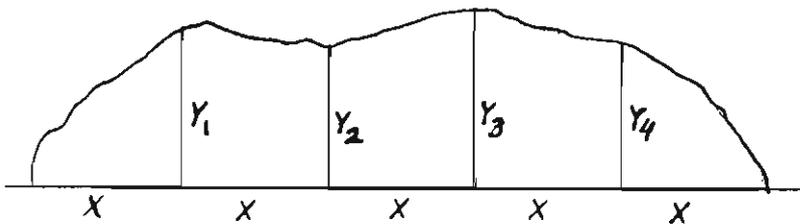
Se miden las distancias A1, A2, B1, B2, C1, D2, etc.

Por coordenadas: para hacer el levantamiento, se definen un sistema de ejes coordenados "x" e "y" y de cada vértice del polígono, se llevan perpendiculares a los ejes de proyección, por lo tanto bastará medir cada "x" e "y" de los vértices que forman el polígono. Este método es bueno cuando se trata de un terreno sin obstáculos.



Levantamiento de una curva: dada una curva ésta se puede levantar, definiendo una línea que la corte en sus extremos, y a partir de uno de ellos se levantan perpendiculares cada unidad, el levantamiento del detalle se hace midiendo la "x" y la "y" correspondiente

X = Unidad



Criterio para la medición lineal en terreno horizontal y en terreno inclinado.

Terreno horizontal:

a) Medidas hechas con cadena:

Para medir longitudes con la cadena de agrimensor se requieren dos operadores; éstos comenzarán a definir la alineación recta que se trata de medir, a continuación se empuña la cadena, uno por cada extremo, situándose detrás el operador más experimentado, que habrá de dirigir la medición.

Es necesario como equipo complementario de medición, un juego de fichas o agujas ( 11 tantos ) y dos balizas o jalones.

El cadenero de atrás deberá sustituir la baliza origen por una ficha y colocará la empuñadura de la cadena rosante con ella, mientras el segundo operador en el otro extremo, teniendo en su poder las 10 fichas restantes y manteniendo la cadena bien tensa a ras del suelo, colocará la empuñadura en la alineación, - tangente a una nueva ficha bien vertical.

El operador de atrás, enfilando la visual por las dos fichas, dirigirá la alineación hasta verlas alineadas con las balizas.

Una vez clavada la ficha delantera, el operador de atrás arrancará la que sirvió de origen y avanzarán los dos hasta que el posterior alcance a la que queda clavada, que utilizará como referencia para la nueva alineación de la cadena.

De este modo continuará el operador delantero clavando fichas, que irá recogiendo el zaguero, hasta que este último tenga 10 en su mano y una clavada que servirá de origen a la medición siguiente; en este momento entregará las 10 al otro operador, al mismo tiempo que anota haberse medido un hectómetro si la cadena es de 10 metros, o el doble si es de 20.

La medición total, en el primer caso, será tantos hectómetros como el número de veces que haya hecho el cambio de fichas, más tantos decímetros como fichas tenga en la mano el operador de atrás y tantos metros y dobles decímetros como se aprecie en la lectura de las chapas de latón que lleva la cadena y el número de eslabones.

Es recomendable mantener la alineación correcta y la tensión más o menos constante y apropiada.

b) Medidas hechas con cinta:

Básicamente el procedimiento es el mismo que el empleado con la cadena, solamente que, en vez de usarse ésta, se emplea una cinta de acero o lienzo. En las longitudes de medida de precisión conviene clavar estacas a distancias de 20 a 30 metros, según lo permita el terreno y una vez colocadas se procede a efectuar la medida de las longitudes parciales, la medida total será la suma de las longitudes parciales.

Terreno inclinado:

Quando el terreno es inclinado conviene clavar estacas o fichas a lo largo de la línea por medir, a distancias que permitan poner la cinta horizontal, es decir, que el desnivel permita tomar con seguridad la cinta y la plomada en el extremo donde se tiene que elevar la cinta para conseguir la horizontalidad. Conviene poner el cero en la estaca o ficha de mayor nivel, si el terreno va descendiendo, y con el otro extremo se realiza la lectura extrema de la cinta suspendiendo una plomada sobre el punto preciso de la estaca que limita la medida. Se puede colocar horizontal la cinta con mayor preci-

sión por medio de un nivel de mano,

#### 4.1.3. Ángulos:

Descripción de la brújula tipo brunton. Higashida p. 35.

Tránsito de lectura de vernier y su condición geométrica. Higashida p. 44, Montes de Oca pp. 27 a 36.

Reglaje de tránsito. Montes de Oca p. 37.

Medición de ángulos: de deflexión, a la izquierda, a la derecha, exteriores o interiores por el método: simple, de repetición de reiteración y direcciones. Higashida pp. 65 - a 68.

Rumbo magnético y fenómenos físicos que intervienen en su determinación. Higashida p. 51.

#### 4.1.4. Áreas:

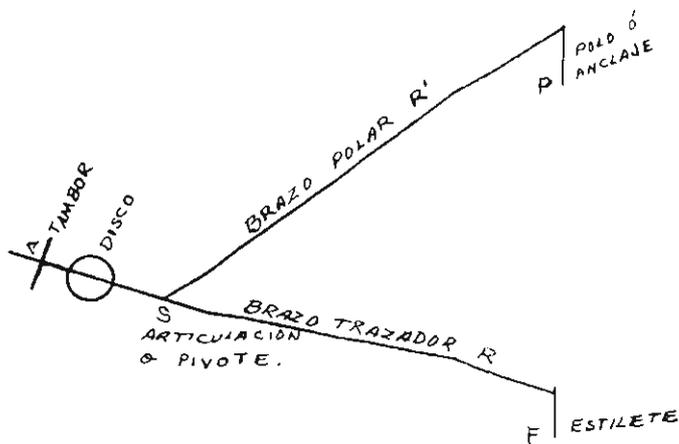
Descripción y uso del planímetro:

Existen dos clases de planímetros, el polar y el rodante cuyo uso es menor, por lo que sólo mencionaremos el planímetro polar.

El planímetro es un instrumento pequeño para medir con rapidez el área de una figura dibujada a una escala determinada y no es más que un integrador mecánico de áreas.

Descripción del planímetro polar Amsler Laffon:

El brazo trazador ( R ), y el brazo polar ( R' ) que forman la parte principal, están unidos por medio de una articulación o pivote ( S ). El polo ( P ), o anclaje del extremo del brazo polar se fija en el papel automáticamente por su propio peso. El extremo del brazo trazador se llama estilete ( F ), y sirve para seguir el contorno de la figura cuya área se desea determinar. Este brazo está graduado con diversas escalas y es extensible. El tambor ( A ), que es una rueda integrante, tiene el eje de rotación paralelo al del brazo trazador. La cara externa del tambor está dividida en 100 partes iguales y está acompañado de un vernier. Un giro completo del tambor mueve una graduación del disco horizontal, y en el tambor se leen las centésimas y con el vernier las milésimas.



#### Manejo:

Se debe extender y estirar bien el papel sobre una mesa lisa, plana y horizontal para que el tambor pueda girar suave y libremente. Se coloca el polo del planímetro en un lugar tal que el tambor no salga del papel en su movimiento total. Si el diámetro de la figura es menor de 25 cm, es conveniente colocar el polo fuera de la figura.

Para determinar una superficie, se coloca la punta del polo en el lugar conveniente, su mismo peso o anclaje lo hará permanecer fijo en esa posición, la punta trazadora o estilete se coloca en un punto cualquiera del perímetro, se busca que el-

tambor marque ceros o se toma la lectura que tenga en ese momento como lectura inicial. Luego se sigue con el estilete - cuidadosamente por todo el contorno, a una velocidad constante y siempre en sentido a la derecha, hasta llegar al punto - inicial con toda precisión y se toma la lectura final, la diferencia de lecturas es proporcional a la superficie y el - factor de proporcionalidad es el resultado de multiplicar la longitud del brazo trazador por la circunferencia de la rueda integrante.

Cuando la figura cuyo diámetro se encuentra entre 25 y 60 cm, se sitúa el polo en el interior de la figura, o se subdivide la figura para que se pueda determinar el área, colocando el polo en el exterior de cada figura; igualmente se subdivide - en 25 cm de largo cuando la figura es larga y se determina la superficie parcialmente, sección por sección, que es lo más - conveniente, ya que si se coloca el polo en el interior de la figura existe la posibilidad de que, debido a la "circunferencia" que describe, el tambor no gire y no registre esta superficie pues la rueda a veces da vuelta y a veces se desliza.

Para cada planímetro se deberá determinar la constante o factor de proporcionalidad. La mejor manera de hacerlo es dibujar una figura regular, de área conocida, recorrer su perímetro tomar las lecturas inicial y final, repetir varias veces el mismo procedimiento para encontrar un promedio de los valores de la constante. Si se quiere cambiar dicha constante, - deberá hacerse por tanteos modificando la longitud del brazo trazador.

La precisión que se alcanza al determinar el área por medio - del planímetro depende de dos factores que son: primero la habilidad del operador para colocar el planímetro, para seguir - el contorno, para hacer las lecturas correctas, etc.; segundo, el tamaño de la figura, pues si ésta es muy pequeña el error que se presenta es grande ( 1 % aprox. ) y si su tamaño es - mayor o sus divisiones son relativamente grandes, el error - se reduce grandemente ( 0.1 % a 0.2 % aprox. )

## 4.2. Determinación de valores mediante el cálculo.

### 4.2.1. Nociones sobre teoría de los errores.

Al hacer mediciones en topografía, es inevitable que se introduzcan errores, lo cual nos imposibilita para saber la verdadera magnitud del objeto medido ya sean distancias, ángulos, etc. Estos errores pueden ser causados fundamentalmente por tres factores que son: la naturaleza (temperatura, humedad, viento, refracción, atracciones magnéticas, gravedad terrestre, calinidad del ambiente etc); los instrumentos empleados (imperfección e inexactitud de los instrumentos; longímetros, tránsito, etc.), y las equivocaciones.

Los tipos de errores que se producen son: accidentales y sistemáticos, los accidentales son imposibles de evitar, pero suelen compensarse ya que en un número suficiente de observaciones o medidas, se presentan errores positivos y negativos; no así los sistemáticos que se acumulan, porque tienen el mismo signo ya que si se mide con un instrumento defectuoso, o falla el alineamiento horizontal y vertical, o por variación de temperatura, etc., se acumulan errores que obedecen a leyes físicas y matemáticas. Por lo tanto es necesario estudiar la naturaleza y propiedades de tales errores para poder evaluar la precisión de los resultados de las mediciones y hacer las correcciones correspondientes.

Consideremos que las medidas están libres de error o supongamos que la verdadera magnitud y los valores observados son  $X$  y  $L_1, L_2, L_3 \dots L_n$  respectivamente; como ya se dijo, no es posible conocer la verdadera magnitud, pero sí un valor más probable "L" de tal forma que si tomamos la media aritmética de nuestras observaciones tendremos que:

$$L = \frac{L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n}{n}$$

Podremos conocer el error haciendo la diferencia entre este valor más probable y cada una de las medidas:

$$L - L_1 = \pm e_1$$

$$L - L_2 = \pm e_2$$

≡

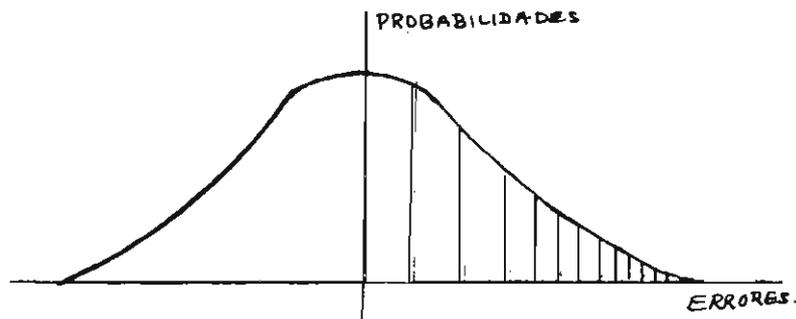
$$L - L_n = \pm e_n$$

El signo del error dependerá de que  $L > L_n$  o  $L < L_n$ .

Si las condiciones de medida son tales que puedan ser apreciadas como igualmente seguras, entonces se toma un número suficientemente grande de observaciones iguales y determinamos los errores  $e_1, e_2, e_3 \dots$  etc. y con ellos elaboramos una gráfica, notaremos que parecen no obedecer a ninguna Ley, pero en estadística se establece esta gráfica, denominada campana de Gauss de las probabilidades de la cual se desprende que los errores en una serie de observaciones iguales tienen las siguientes propiedades (postulados de Gauss):

- A). Para las condiciones de medida dadas, la magnitud de un error no puede exceder un cierto límite.
- B). Los errores pequeños son más frecuentes que los grandes errores.
- C). Los errores positivos se presentan con la misma frecuencia que los negativos.
- D). La media aritmética de los errores en observaciones iguales cuando "n" es suficientemente grande nos da un error promedio

$$E_m = \frac{\pm e_1 \pm e_2 + \dots \pm e_n}{n}$$



entonces:

$$\text{Si } L - L_1 = \pm e_1$$

$$L - L_2 = \pm e_2$$

$$L - L_3 = \pm e_3$$

≡

$$L - L_n = \pm e_n$$

sumando tenemos

$$\left( nL - \sum_{j=1}^m L_j \right) = \pm e_1 \pm e_2 \pm \dots \pm e_n$$

$$\text{como } \left( nL - \sum_{j=1}^m L_j \right) = \text{error total} = E$$

$$E = \pm e_1 \pm e_2 \pm e_3 \pm \dots \pm e_n$$

elevando al cuadrado

$E^2 = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \dots + e_n^2$  + suma de los dobles productos si "n" tiende a infinito la suma de los dobles productos se anula y entonces:

$$E^2 = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \dots + e_n^2$$

dividiendo por n tenemos:

$$\frac{E^2}{n} = \text{error medio al cuadrado} = \frac{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \dots + e_n^2}{n} = (E_m)^2$$

extrayendo raíz cuadrada:

$$E_m = \sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2}{n}}$$

en la teoría de los errores se ha adoptado internacionalmente un paréntesis cuadrado para indicar suma de manera que:

$$E_m = \sqrt{\frac{[e^2]}{n}}$$

y a esta expresión se le denomina error medio cuadrático de una observación. Si usamos  $(n-1)$  donde  $n > 1$  pues si no hubiese errores bastaría con una sola observación, de manera que introducimos  $(n-1)$  observaciones.

Para evitar cocientes como  $\frac{0}{0}$  que son

indeterminados y hacemos:  $E_m = \sqrt{\frac{[e^2]}{n-1}}$  de aquí

obtenemos el error medio del promedio  $E_p = \sqrt{\frac{[e^2]}{n(n-1)}}$

en la curva de probabilidades vemos que hay un error crítico, a partir del cual tenemos errores en ambos sentidos, a este punto máximo de la curva le llamamos error probable y se determina mediante la siguiente expresión:  $E_p = 0.6745 E_m$  para una observación y  $E_p = 0.6745 E_p$  para una serie de observaciones

Precisión. Como no podemos conocer la verdadera magnitud "x", - sólo el valor más probable "L", tendremos que cambiar la palabra exacto por la palabra preciso y nuestras observaciones - serán más o menos precisas en función del error medio de ellas pues a menor error medio, mayor precisión y entre mayor sea el error medio tendremos menor precisión. Generalmente la precisión se expresa como una fracción que es el inverso del error-medio o como una fracción entre el error total de la observación y la magnitud observada. El grado de precisión estará en función de los errores que se introducen, según el instrumento empleado, las condiciones del tiempo y las características del observador.

Tolerancia. Es el error máximo permisible en toda observación ya sea lineal o angular de cadenas planimétrica o altimétrica. ( Para poder determinar el grado de calidad del trabajo véase Higashida pp. 22, 43, 77 y 78, 83, 185 ).

Peso. Es el grado de confiabilidad en una o varias observaciones. Se denomina peso 1, peso 2, peso 3 etc., para una medición, en función del tipo de instrumento, de las condiciones del tiempo, de la pericia del observador, pero, sobre todo por el número de veces que se hace la observación y el método que se siga al hacerlo cuando las condiciones de medida son iguales. Si éstas varían, podremos tener para una misma magnitud medida, diferentes pesos.

#### 4.2.2. Compensación angular de una poligonal.

- a) Ángulos interiores. Suma de ángulos interiores del polígono =  $180^\circ ( n-2 )$ .

Sea la poligonal -1,2,3,4,5,6, 1 - (fig. 4.1), si trazamos el vértice 1 todas las diagonales posibles, formamos 4-triángulos, si hacemos lo mismo en cada vértice de esta poligonal y en general para cualquiera, notaremos que siempre el número de triángulos que se forma es igual al número de los lados del polígono disminuido en dos unidades, de manera que si llamamos "n" al número de lados tendremos que se forman ( n-2 ) triángulos, como sabemos, la suma de ángulos interiores de un triángulo es de  $180^\circ$  (fig. 4.2 ) entonces : la suma de ángulos interiores de un polígono será tantas veces  $180^\circ$  como triángulos se-

puedan formar, esta condición geométrica no es posible que se cumpla en la práctica de la topografía pues, como ya se vió, - en el capítulo anterior, las medidas angulares también se verán afectadas por errores, de tal suerte que la diferencia entre la suma de ángulos interiores medidos y la condición geométrica, nos dará la discrepancia o error angular y la corrección se hará repartiendo por igual la discrepancia entre el número de - vértices de la poligonal  $Cr = \frac{d}{n}$ , pues se considera que todos los ángulos fueron medidos en condiciones semejantes. En ocasiones se toman otras convenciones particulares para hacer la - corrección.

b) Ángulos exteriores. Suma de ángulos exteriores =  $180^\circ (n+2)$

c) Ángulos de deflexión. Suma de deflexiones =  $360^\circ$ .

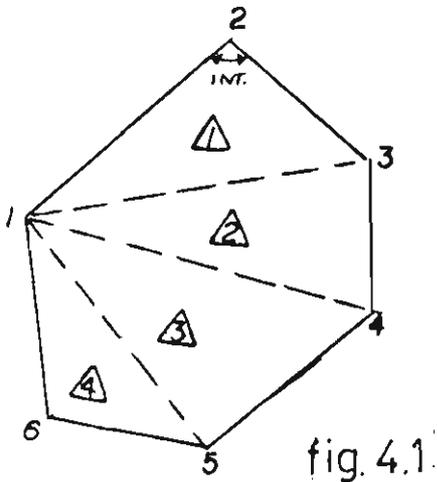
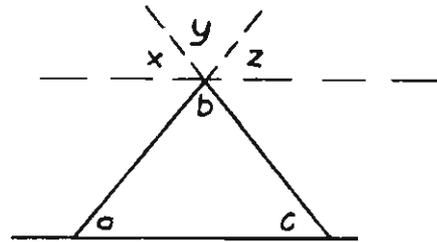


fig. 4.1



$$\begin{aligned} x+y+z &= 180^\circ \\ a &= z \\ b &= y \\ c &= x \\ a+b+c &= 180^\circ \end{aligned}$$

fig. 4.2

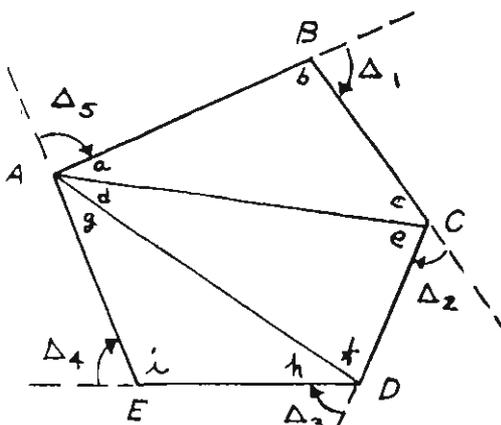


fig. 4.3

$$\begin{aligned} a+b+c &= 180^\circ \\ d+e+f &= 180^\circ \\ g+h+i &= 180^\circ \\ \Delta_1 + b &= 180^\circ \\ \Delta_2 + e + c &= 180^\circ \\ \Delta_3 + h + f &= 180^\circ \\ \Delta_4 + i &= 180^\circ \\ \Delta_5 + a + d + g &= 180^\circ \end{aligned}$$

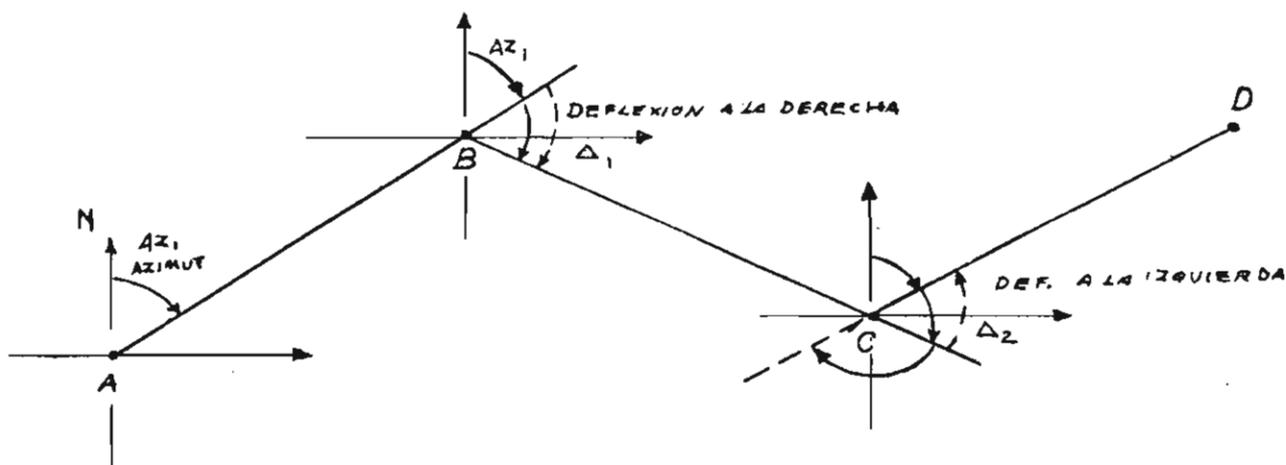
$$\begin{aligned} \sum \Delta + a + b + c + d + e + f + g + h + i &= 5(180^\circ) - 3(180^\circ) \\ \therefore \sum \Delta &= 360^\circ \end{aligned}$$

#### 4.2.3. Cálculo de los rumbos de los lados de una poligonal.

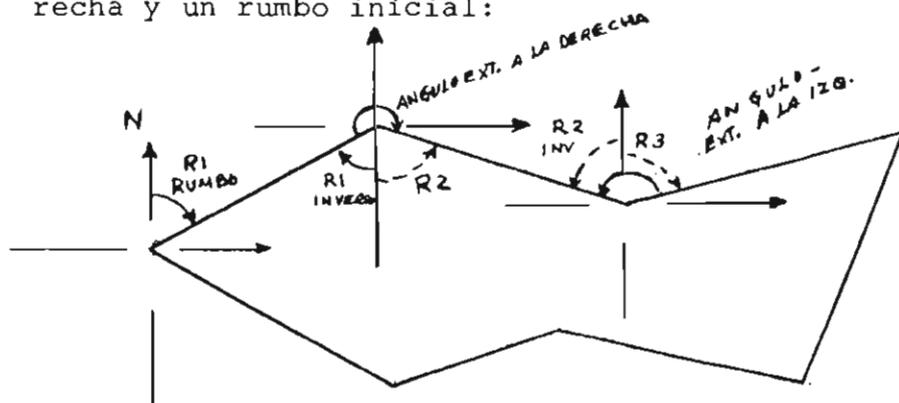
En el inciso 4.1.5. se estudió la determinación de los rumbos magnéticos de los lados de una poligonal y con ellos el cálculo de los ángulos interiores de la misma. Ahora veremos cómo se determinan los rumbos de las líneas conociendo uno inicial y los ángulos medidos ( por deflexión, interiores o exteriores a la izquierda o a la derecha ). El rumbo inicial puede ser un rumbo magnético, o uno astronómico.

Una vez hecha la compensación angular de la poligonal podemos determinar las direcciones de las líneas que la forman. Para dar un método de cálculo, veamos primero la solución gráficamente:

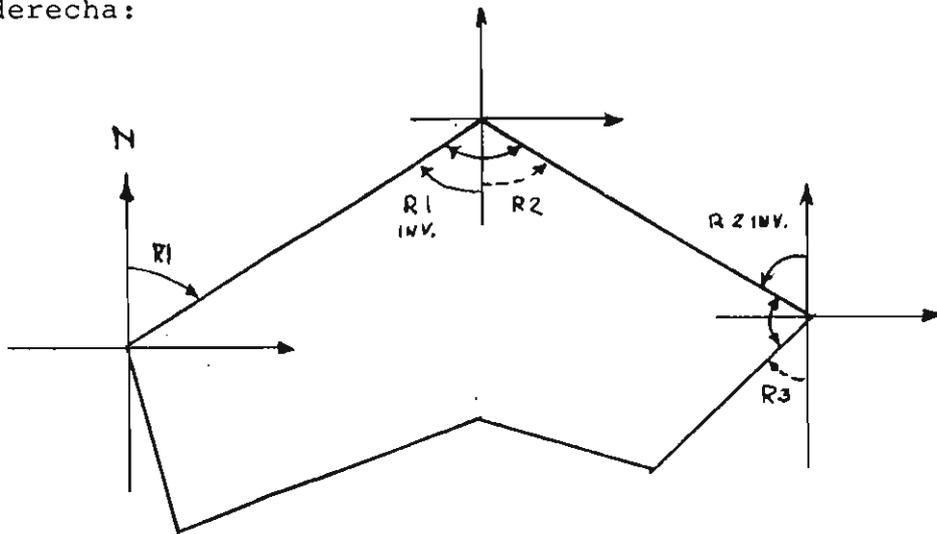
a) Cuando se conoce un rumbo inicial y ángulos de deflexión a la izquierda o a la derecha:



b) Conocidos los ángulos exteriores a la izquierda o a la derecha y un rumbo inicial:



c) Para el caso de ángulos interiores medidos a la izquierda o a la derecha:



De los incisos a, b y c se desprende que el cálculo del rumbo de uno o dos lados de una poligonal no siempre es complicado, sin embargo, cuando el número de lados es grande, crece el grado de complicación, propiciando múltiples fallas ya que es un procedimiento inseguro, pues no es fácil lograr hacer una comprobación, por otra parte resulta demasiado lento. Ilustremos con un ejemplo completo, resuelto por medio de un procedimiento gráfico o de observación para, posteriormente, resolverlo siguiendo un método convencional que resulta de estas observaciones.

Sea la poligonal 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1 - si sabemos que un rumbo inicial es de SW  $72^{\circ}40'$  para el lado 12 y los ángulos interiores medidos en sentido hacia la izquierda son:

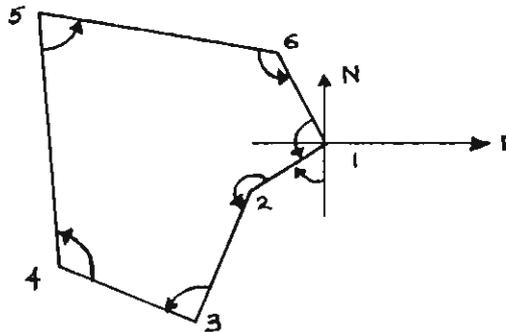
Vértice	ángulo	compensado
1	$90^{\circ}$	07'
2	235	23
3	92	11
4	105	09
5	89	15
6	107	55
Suma:	$720^{\circ}$	00

Procedimiento:

Se checa que la poligonal cierre angularmente, de no ser así, se hace la corrección correspondiente.

Se hace un esquema representativo del lado del cual conocemos rumbo o azimut y el ángulo medido.

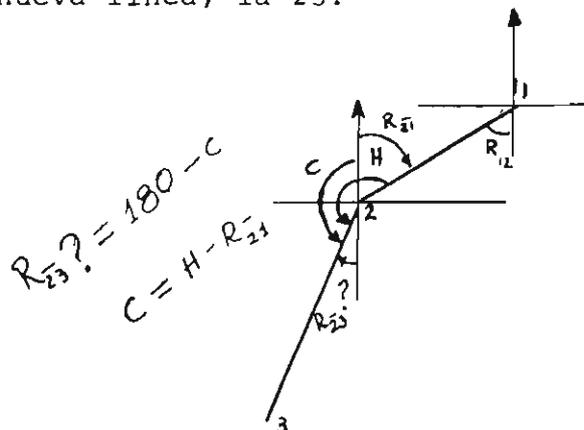
Se hacen consideraciones del caso, se determina el rumbo siguiente y se continúa con el desarrollo de la figura.



Rumbo de la línea  $\overline{12}$  SW  $72^\circ 40'$  según veremos gráficamente, -- es necesario considerar los rumbos inversos de los lados, en este primer caso será el  $\overline{21} = N E 72^\circ 40'$ .

Llamaremos H a los ángulos horizontales medidos y R a los rumbos de las líneas.

La dirección que conocemos es la del lado  $\overline{12}$ , como en el vértice 2 cambiamos la dirección de la recta en un ángulo de  $235^\circ 23'$  tenemos una nueva línea, la  $\overline{23}$ .



2895433

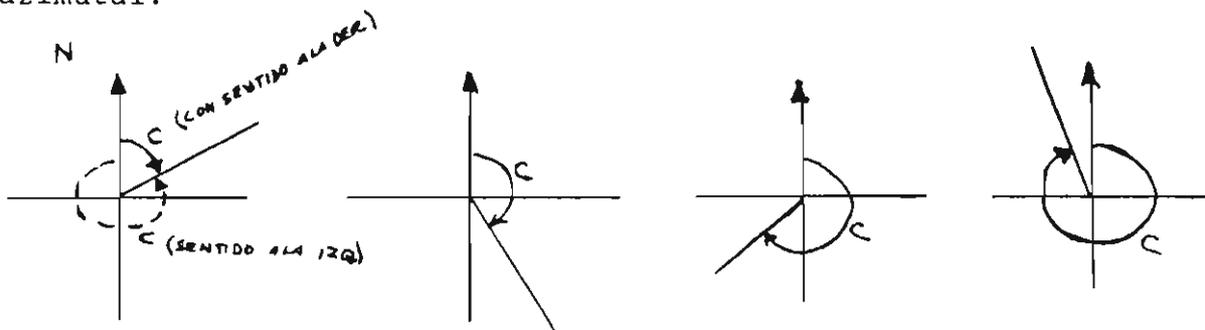
234102

de la figura se desprende lo siguiente :

que al ángulo horizontal  $H$  hay que restarle el rumbo de la línea anterior para conocer el de la línea siguiente, o sea,  $H-R$  en este caso, si al resultado de esta operación le llamamos " $C$ " veremos que es un ángulo comprendido entre la meridiana y la línea - considerada para el cálculo. El origen de " $C$ " en este caso fue la parte norte del eje y su sentido a la izquierda.

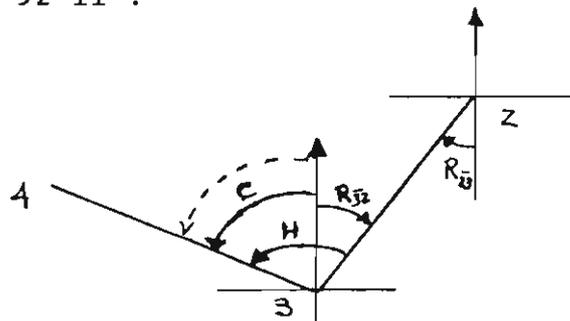
$$\begin{aligned} H &= 235^{\circ}23' \\ R &= \frac{72}{40} \\ C &= 162^{\circ}43' \end{aligned}$$

la cantidad " $C$ " puede por lo tanto ser menor de  $90^{\circ}$ ; mayor de  $90^{\circ}$ ; menor que  $180^{\circ}$ , mayor que  $180^{\circ}$ , menor de  $360^{\circ}$  y como los rumbos sabemos que son medidos de  $0^{\circ}$  a  $90^{\circ}$  haremos en cada caso la consideración correspondiente, en cierto sentido " $C$ " es una cantidad -azimutal.



si  $C = 162^{\circ}43'$  el rumbo de la línea será  $180^{\circ} - C = SW 17^{\circ}17'$  que es el rumbo de la línea  $\overline{23}$ .

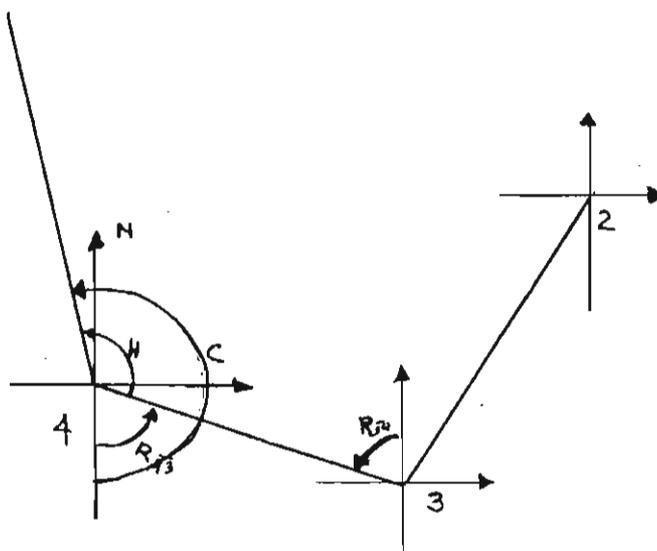
Consideremos ahora el rumbo inverso  $\overline{32} = NE 17^{\circ}17'$ , y el ángulo- $H$  en vértice 3 es de  $92^{\circ}11'$ .



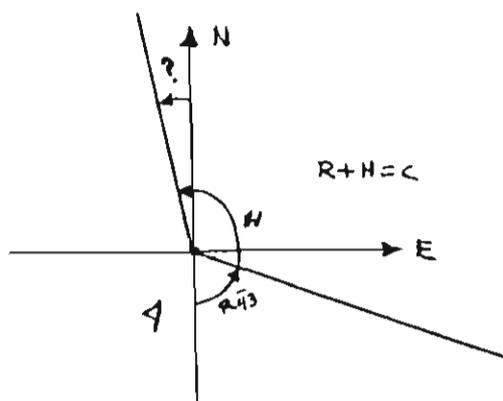
del dibujo se desprende también que  $C = H - R$   $C = 74^\circ 54'$  con origen en la parte norte del eje que es contrario al origen del rumbo de la línea anterior,  $\overline{23}$ .

Como  $C < 90^\circ$  vemos que el rumbo es directo para el lado  $\overline{34}$  y tendremos que es:

N W  $74^\circ 54'$

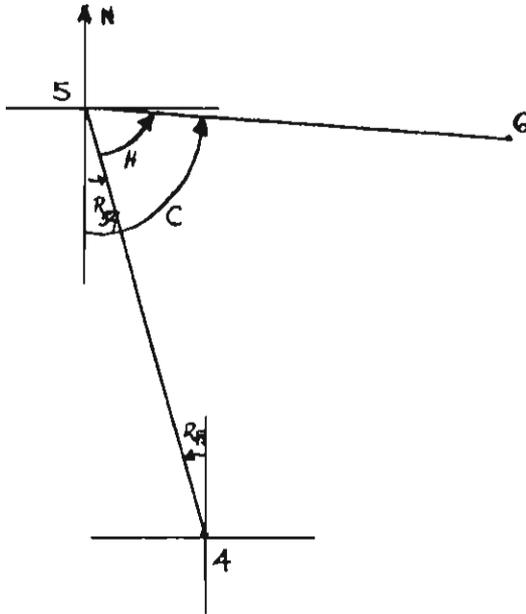


Pasemos al vértice 4, para lo cual necesitamos el rumbo  $\overline{43}$  que es SE  $74^\circ 54'$



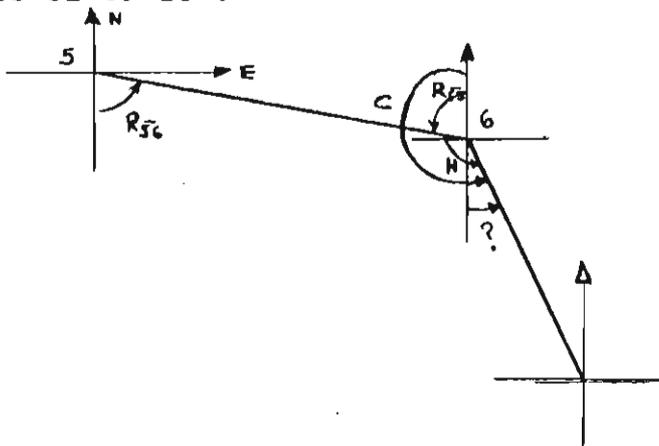
en este caso, la figura nos muestra que  $C = H + R = 180^{\circ}03'$  y que su origen es la parte sur del eje y según se ve, el rumbo de la línea  $\overline{45}$  es  $C - 180^{\circ} = SE\ 0^{\circ}03'$ .

Veamos ahora el rumbo del lado  $\overline{56}$ , a partir del rumbo del lado  $\overline{45}$  y el ángulo medido en el vértice 5.

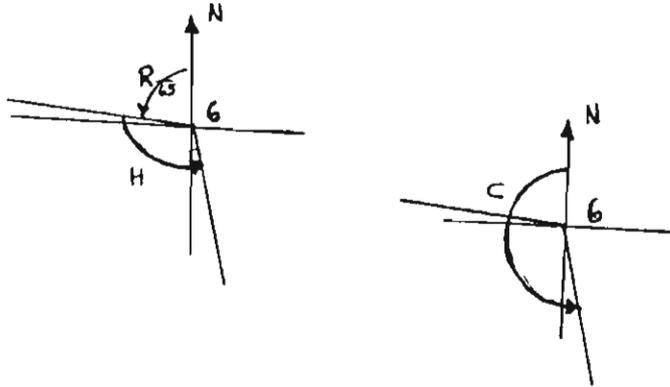


Según nos muestra la figura, tenemos que  $C = H + R$  y resultar de  $89^{\circ}18'$  o sea, menor que  $90^{\circ}$   $\therefore$  es un rumbo directo con origen en el sur.

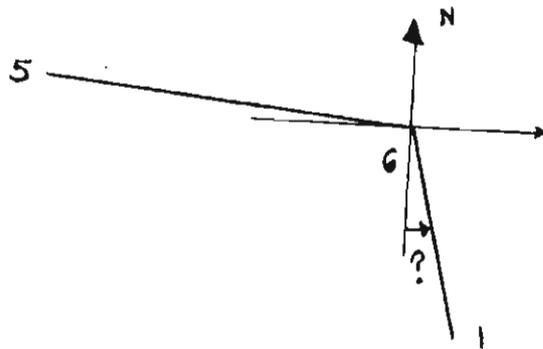
Si  $C = 89^{\circ}18'$  según vemos en el esquema, el rumbo de la línea- $\overline{56}$  es  $SE\ 89^{\circ}18'$ .



Rumbo de la línea  $\overline{61}$ , con el rumbo inverso de la línea anterior N W  $89^{\circ}18'$  y el ángulo  $\beta = 107^{\circ}55'$  tenemos:

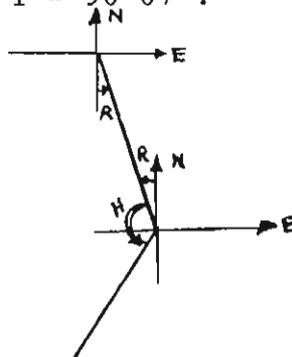


$C = H + R = 197^{\circ}13'$  de manera que

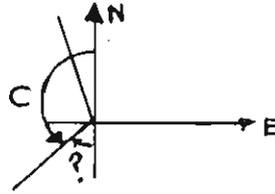


y el rumbo del lado  $\overline{61}$  queda  $= C - 180^{\circ} = SE 17^{\circ}13'$

Finalmente y para comprobar si nuestro desarrollo fue correcto calculamos el rumbo de la línea  $\overline{12}$  que fue el de partida - con el inverso de la línea anterior (  $\overline{16} = NW 17^{\circ}13'$  ) y el ángulo medido en el vértice  $1 = 90^{\circ}07'$ .



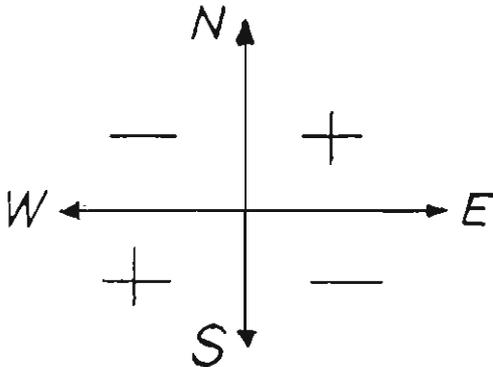
se ve que  $C = H + R = 107^{\circ}20'$  con origen en la parte norte



así, el rumbo de  $\overline{12}$  es  $= 180^{\circ} - C = SW 72^{\circ}40'$  con lo cual comprobamos el cálculo.

El caso que hemos resuelto, nos da una idea de lo que sucedería si la poligonal tuviese un número de los lados mayor. Si se resolvieran "m" casos para poligonales de "n" lados con ángulos medidos a la izquierda o a la derecha, notaríamos como en el ejemplo anterior, que todo gira en torno a la expresión  $H \pm R = C$  y el signo que le demos dependerá del sentido en el que se midieron los ángulos interiores. El origen de "C" se observó siempre contrario al origen del rumbo de la línea anterior. El sentido de "C" es el mismo de los ángulos interiores excepto cuando  $R > H$  y  $H - R = C$ , como no existen rumbos o azimutes que sean negativos (recuérdese la definición de ambos) esto nos indicará que cambia el sentido del ángulo "C" el cual una vez que se conoce, facilita la operación. Para evitar desarrollos largos que conducen a equivocaciones se tomarán las siguientes convenciones:

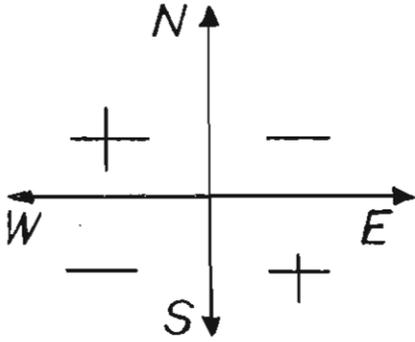
para ángulos medidos en sentido a la derecha el signo que se da al rumbo de la línea anterior "R" para el cálculo de "C" será:



Ejemplo:

$$\begin{aligned} H &= 23^{\circ} 56' \\ R &= S2^{\circ}45'E \\ C &= H - R = 21^{\circ} 11' \\ C &< 90^{\circ} \end{aligned}$$

para ángulos medidos en sentido hacia la izquierda se tomarán los signos contrarios



tomemos el ejercicio anterior:

$$H = 100^{\circ}20'$$

$$R = NW 27^{\circ}12'$$

$$C = H + R = 127^{\circ}12'; \text{ de cuyo origen y sentido ya se habló anteriormente, si queremos dar un sentido más formal a este método, seguiremos el desarrollo según el cuadro que damos a continuación.}$$

ÁNGULOS MEDIDOS							
A LA DERECHA				A LA IZQUIERDA			
R	C	Origen	Sent.	R	C	Origen	Sent.
NE	H+R	S		NE	H-R	S	
SW		N		SW		N	
NW	H-R	S		NW	H+R	S	
SE		N		SE		N	

si resolvemos la misma poligonal del ejemplo anterior siguiendo estas convenciones tendremos:

LADO	RUMBO	CROQUIS	LADO	RUMBO	CROQUIS
1-2	SW 72° 40'		5-6	SE 89° 18'	
✕ 2 = H =	235 23		✕ 6	107° 55'	
C =	162 43		C =	197 13	
	180			-180	
2-3	SW 17° 17'		6-1	SE 17° 13'	
✕ 3	92 11		✕ 1	90 07	
C =	74 54		C =	107 20	
3-4 =	NW 74 54			180	
✕ 4	105 09		1-2	SW 72 40	
	180 03			L.q.c.	
	-180				
4-5	NW 0° 03'				
✕ 5	89 15				
C =	89 18				

OBSERVAR QUE SE TRATA DE ÁNGULOS MEDIDOS EN SENTIDO HACIA LA IZQUIERDA.

Como se puede apreciar el método es claro, breve y seguro. El croquis que se hace a la derecha del cálculo puede omitirse cuando se tiene práctica pues el ángulo C, una vez que sabemos el origen, nos dice en que cuadrante queda la línea que estamos considerando y el valor angular del rumbo lo tenemos directo de las operaciones que efectuamos.

#### 4.2.4. Compensación lineal de una poligonal o cadena planimétrica.

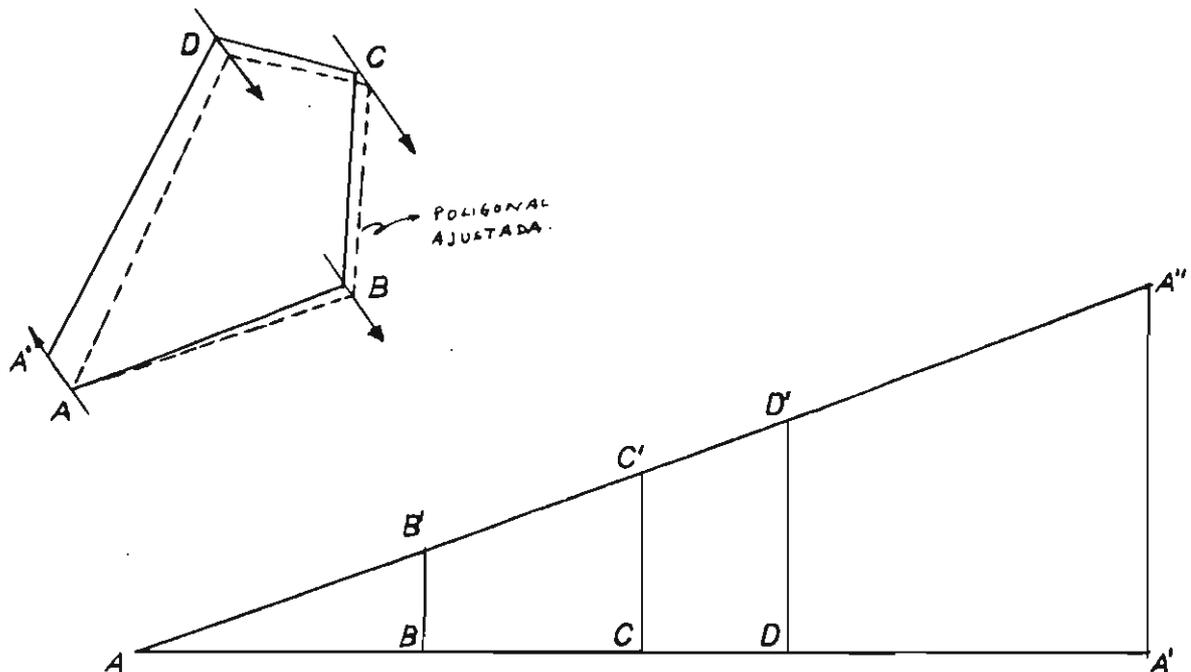
Para poder dibujar nuestra figura de apoyo o poligonal, es necesario que cumpla las condiciones geométricas de cierre en ángulo y distancia.

Una vez compensados los errores que se introducen en la medición de los ángulos, como se vio en el inciso 4.2.2., procedemos a compensar los errores que se introducen en la medida de los lados, si dibujamos la poligonal por medio de los ángulos compensados o de los rumbos calculados y las distancias medidas, encontraremos que el punto final no coincide con el inicial debido al error lineal, éste, se corrige de dos maneras que son:

- a) el método gráfico
- b) el método analítico

El método gráfico: del dibujo de la poligonal -ABCD- hecho a escala podemos conocer la magnitud del error total midiendo simplemente la distancia del punto final al inicial ( distancia A A' ) y lo repartiremos proporcionalmente a cada lado medido de la siguiente manera:

Trazamos a escala, una recta AA' de magnitud igual al perímetro de la figura, en el punto A' se levanta una perpendicular y a una escala cualquiera ( de preferencia grande ) se mide una distancia equivalente al error de cierre, fijando el punto A", se une A con A" formando el triángulo rectángulo AA'A", se levantan en la recta AA' perpendiculares sobre los puntos B, C y D marcadas previamente a la distancia medida, la intersección de estas perpendiculares con la hipotenusa AA" del triángulo rectángulo define los puntos B' C' y D' formando así una sucesión de triángulos semejantes que nos definen los desplazamientos que sufrió la poligonal en cada vértice mediante las distancias BB', CC', DD', y AA", ya conocida.



De los triángulos semejantes  $ABB'$  y  $AA'A''$  deducimos que

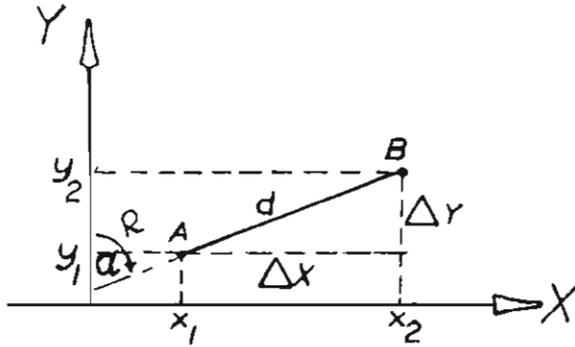
$$\frac{BB'}{A'A''} = \frac{AB}{AA'} \quad BB' = \frac{AB}{AA'} \times A'A'' \text{ este valor de } BB' \text{ debe ser igual}$$

al que encontramos gráficamente, por lo tanto basta medir las distancias  $BB'$ ,  $CC'$  y  $DD'$  para conocer la corrección que hay que aplicar en cada caso, en la figura de la poligonal, trazamos una recta que una los puntos  $A$  y  $A'$ , pasamos por cada vértice una paralela a  $AA'$  y marcamos con la magnitud  $BB'$ ,  $CC'$ , y  $DD'$  en el sentido contrario del error o desplazamiento.

Los nuevos puntos  $ABC$  y  $D$  de la poligonal ya corregida.

#### Método analítico

De la poligonal - ABCDA- del ejemplo anterior cuyo error lineal o de cierre conocimos y compensamos gráficamente. Veamos ahora un método más preciso: tomando un lado de la poligonal, el  $\overline{AB}$  por ejemplo, podemos dar coordenadas  $(X_1, Y_1)$  al vértice  $A$ , como conocemos la distancia " $d$ " y el rumbo " $R$ " del lado, podemos encontrar las coordenadas  $(X_2, Y_2)$  del vértice  $B$  mediante la proyección de " $d$ " sobre los ejes cartesianos. En la figura siguiente se ve más claramente:



directamente tenemos

$$X_2 - X_1, = \Delta X$$

$$Y_2 - Y_1, = \Delta Y$$

los incrementos que hay que dar a las coordenadas de "A" para encontrar las de "B" son  $\Delta X$  y  $\Delta Y$  o sea, las proyecciones sobre los ejes, de manera que:

$$\Delta X = d \text{ sen } R$$

$$\Delta Y = d \text{ cos } R$$

en donde d, siempre será positiva y el signo de  $\Delta X$  y  $\Delta Y$  dependerá del ángulo de dirección  $\alpha$  que puede ser rumbo o azimut, - como se ve en la tabla siguiente:

CUADRANTE				
INCREMENTO	NE	SE	NW	SW
$\Delta Y$	+	-	+	-
$\Delta X$	+	+	-	-

de manera que

$$B \begin{cases} X_2 = X_1 + \Delta X \\ Y_2 = Y_1 + \Delta Y \end{cases}$$

Una vez calculados los incrementos de coordenadas mediante las proyecciones de los lados podemos hacer extensivo nuestro razonamiento a lo largo de toda la poligonal y determinar las coordenadas de -- "n" vértices en una poligonal abierta o cerrada, se puede decir que para fijar las coordenadas de un punto, basta con sumar algebraicamente las proyecciones del lado correspondiente a las coordenadas - del punto anterior, el caso inverso, sería que conociendo las coordenadas de los puntos quisiéramos conocer la distancia y el ángulo de dirección tendríamos que usar las fórmulas:

$$\tan \alpha = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

$$d = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2}$$

$$d = \frac{\Delta Y}{\cos \alpha} = \frac{\Delta X}{\sin \alpha}$$

$$d = \Delta Y \sec \alpha = \Delta X \csc \alpha$$

Como en el ejemplo anterior se trata de una poligonal cerrada, - la suma de las proyecciones de los lados debe ser igual a cero y teóricamente decimos que

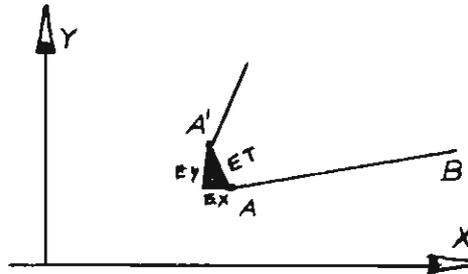
$$\sum \Delta X = 0 \quad \text{y que} \quad \sum \Delta Y = 0$$

No obstante, en la práctica esta suma nunca o casi nunca es igual a cero debido a los errores lineales o de cierre EX Y EY en - otras palabras: la suma algebraica de las proyecciones sobre el eje de las "Y" positivas o sobre la parte norte del eje y las de las "Y" negativas o sobre la parte sur del eje, es igual al error en "Y" o EY

$$(\sum \text{proy N}) + (\sum \text{proy S}) = EY$$

$$(\sum \text{proy E}) + (\sum \text{proy W}) = EX$$

estos errores parciales "EY" y "EX" nos dan el error total, veamos en la figura siguiente:



por Pitágoras:

$$ET = \sqrt{(EX)^2 + (EY)^2}$$

para eliminar estos errores es necesario aplicar ciertas correcciones proporcionales a cada lado medido ( método de la brújula ) o a las proyecciones de los lados ( método del tránsito ) cuyas fórmulas son:

Método de la brújula:

$$CX = \frac{EX}{[L]} (Li)$$

$$CY = \frac{EY}{[L]} (Li)$$

Método del tránsito:

$$CY = \frac{EY}{[Y]} (Y); \quad \text{Si } \frac{EY}{[Y]} = K, \text{ entonces } CY = KY$$

$$CX = \frac{EX}{[X]} (X) \text{ también } CX = K' X$$

en las que:

CX = Corrección en "X"

CY = Corrección en "Y"

EX = Error en "X"

EY = Error en "Y"

[L] = Suma de las longitudes de los lados

Li = Longitud de un lado

[Y] = Suma del valor absoluto de las proyecciones sobre el eje de las ordenadas

Y = Proyección de un lado sobre el eje de las ordenadas

[X] = Suma del valor absoluto de las proyecciones sobre el eje de las abscisas.

X = Proyección de un lado sobre el eje de las abscisas.

K y K' = Constantes

Precisión para el caso de poligonales o cadenas cerradas:

Se llama precisión a la relación entre el error total y el perímetro medido  $\frac{ET}{PERIM.}$ , generalmente la precisión se expresa en forma de una fracción con la unidad como numerador como por ejemplo:

$$\frac{1}{5000}, \frac{1}{350}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{3000}, \quad 1:250, 1:10,000, \text{ etc.}$$

Se acostumbra escribir cifras enteras y generalmente redondeadas como denominador, más claramente, si llamamos "P" a la precisión que es igual a  $\frac{I}{X}$  tendremos:

$$P = \frac{I}{X} = \frac{ET}{PERIM.}; X = \frac{PERIM.}{ET} \quad \text{y así:}$$

$$P = \frac{\frac{I}{PERIM.}}{ET}$$

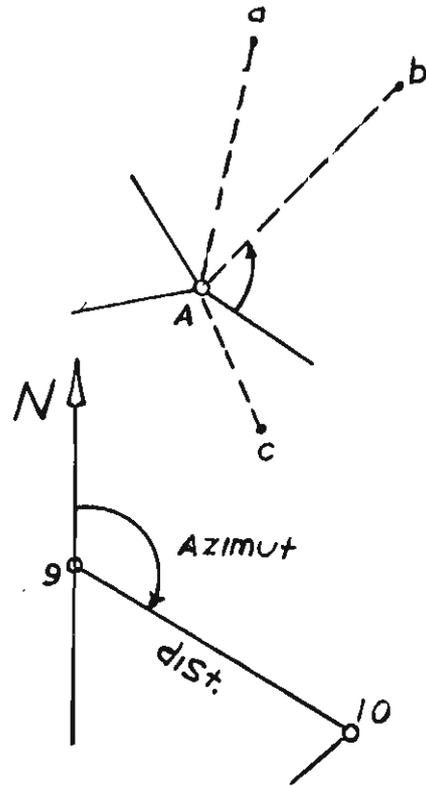
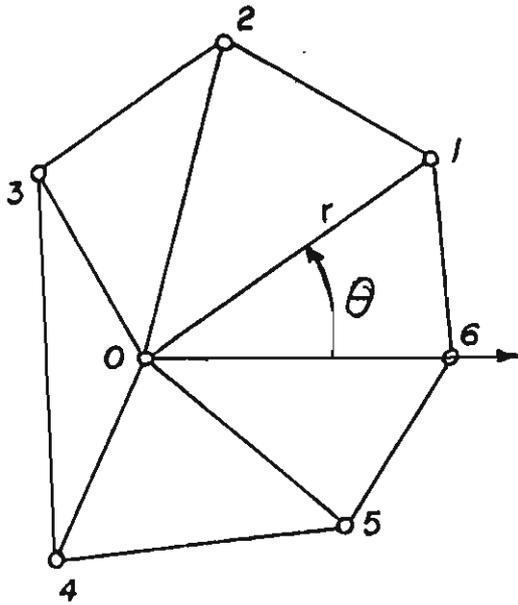
si X resulta un número como por ejemplo, 1084.75, se puede tomar el valor de X = 1100, así, la precisión nos quedaría ---

$$P = \frac{I}{1100} \quad \text{con este dato podremos conocer la calidad de nuestro trabajo comparándolo con la tolerancia fijada para cada caso. Ver Higashida pp. 43, 83 y 84.}$$

tro trabajo comparándolo con la tolerancia fijada para cada caso. Ver Higashida pp. 43, 83 y 84.

#### 4.2.5. Coordenadas en función de ángulos y distancias:

- a) coordenadas polares son aquéllas que se obtienen de levantamientos hechos por radiación, ya sea desde un punto central o desde un vértice de poligonal en donde se conoce un ángulo o una dirección y una distancia o sea:  $(r, \theta)$



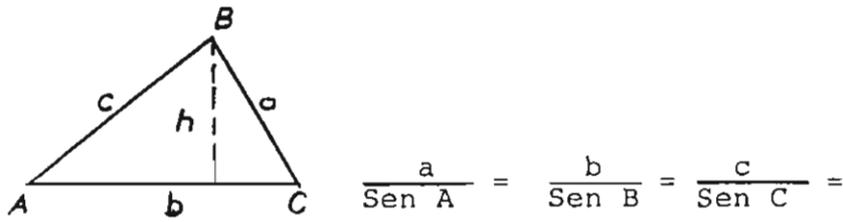
b) En función de las proyecciones de los lados.

Conociendo el rumbo o el azimut de los lados y sus distancias podemos tener las proyecciones sobre los ejes cartesianos, con ellas (según se vio) es posible conocer el error gráfico y compensarlo; una vez compensadas las proyecciones de los lados es posible calcular las coordenadas simplemente partiendo de un vértice de coordenadas conocidas o eligiendo unas coordenadas rectangulares apropiadas (0,0) (10,20) etc. Se aconseja usar cifras grandes (10,000; 10,000), para tener todos los vértices en un cuadrante positivo (véanse pp. 51 y 52 adelante) y sumar algebraicamente las proyecciones correspondientes.

#### 4.2.6. Distancias y ángulos.

Solución mediante triángulos para la determinación de lados, ángulos y áreas.

a) conocidos los ángulos y un lado de un triángulo, por ley de senos podemos conocer el resto de los lados y viceversa.



b) Conocidos los lados de un triángulo podemos calcular sus ángulos interiores y el área.

En la figura anterior:

$$a + b + c = 2p$$

restando  $2c$ ,  $2b$  y  $2a$  tenemos

$$a + b + c - 2c = 2p - 2c$$

$$a + b - c = 2(p - c) \text{ de igual forma } \quad \text{---} \quad (1)$$

$$a + c - b = 2(p - b) \text{ y } \quad (2)$$

$$b + c - a = 2(p - a) \quad (3)$$

Sabemos que la fórmula del área de un triángulo es

$$A = \frac{bh}{2} \text{ ó } A = \frac{ab \operatorname{sen} C}{2}$$

si elevamos al cuadrado la expresión anterior:

$$4A^2 = a^2 b^2 \operatorname{sen}^2 C; \quad \text{si } \operatorname{sen}^2 C = (1 - \cos^2 C) \text{ entonces}$$

$$4A^2 = a^2 b^2 (1 - \cos^2 C) \quad (4)$$

por ley del coseno sabemos que:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \quad \therefore \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad (5)$$

Sustituyendo: (5) en (4)

$$4 A^2 = a^2 b^2 \left[ 1 - \frac{(a^2 + b^2 - c^2)^2}{4a^2 b^2} \right]$$

$$4 A^2 = a^2 b^2 - \frac{(a^2 + b^2 - c^2)^2}{4} \quad \text{--- --- ---} \quad (6)$$

$$4 A^2 = \frac{(a^2 b^2 - c^2 + 2ab)(2ab - a^2 - b^2 + c^2)}{4} \quad (7)$$

$$A = \frac{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}{16} \quad (8)$$

Sut. 1, 2 y 3 en 8y extrayendo raíz cuadrada en ambos miembros:

$$A^2 = \frac{2(p) \times 2(p-c) \times 2(p-b) \times 2(p-a)}{16} \quad (9)$$

$$A = \sqrt{P(P-C)(p-b)(p-a)}$$

cálculo de los ángulos:

de la expresión:

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad (5)$$

si restamos de 1 ambos miembros:

$$1 - \cos C = 1 - \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad (10)$$

también sabemos que  $1 - \cos c = 2 \operatorname{sen}^2 \frac{c}{2}$  entonces:

$$2 \operatorname{sen}^2 \frac{C}{2} = \frac{2ab - a^2 - b^2 + c^2}{2ab} \quad (11)$$

$$\text{sen}^2 \frac{C}{2} = \frac{(a + c - b)(b + c - a)}{ab}$$

(12)

sustituyendo 2 y 3 en 12, sacando raíz cuadrada tendremos - finalmente:

$$\text{sen} \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-a)}{ab}} \quad C = 2 \text{ ang sen} \sqrt{\frac{(p-b)(p-a)}{ab}}$$

de igual manera:

$$B = 2 \text{ ang sen} \sqrt{\frac{(p-c)(p-a)}{ca}} \text{ y } A = 2 \text{ ang sen} \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}$$

desarrollando para el coseno y la tangente

$$A = 2 \text{ ang cos} \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$$

$$A = 2 \text{ ang tan} \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}$$

$$B = 2 \text{ ang cos} \sqrt{\frac{p(p-b)}{ca}}$$

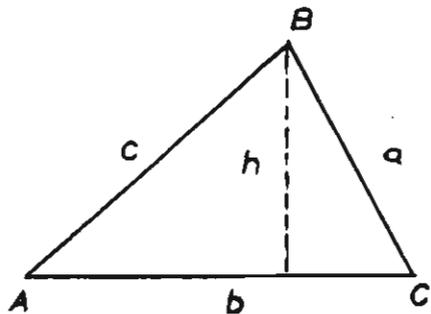
$$B = 2 \text{ ang tan} \sqrt{\frac{(p-c)(p-a)}{p(p-b)}}$$

$$C = 2 \text{ ang cos} \sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}}$$

$$C = 2 \text{ ang tan} \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}$$

Una vez resuelto un triángulo podemos resolver otras figuras como cuadriláteros, pentágonos etc., en función de tales resultados, si en un cuadrilátero conocemos sus lados, podemos calcular su área usando todos los elementos. Resolvamos primero un triángulo:





si  $2 A = b h$

el área considerando el vértice A sería

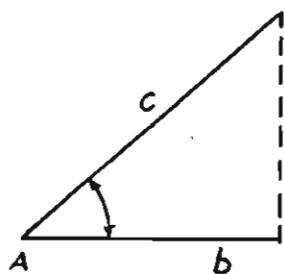
$2 A_1 = b h$  si  $h = c (\text{sen } A)$  entonces

$A_1 = \frac{1}{2} b c (\text{sen } A)$  que es la fórmula

del área en función de un ángulo y dos de sus lados, ahora bien si:

$A_2 = \frac{1}{2} a b (\text{sen } C)$  y

$A_3 = \frac{1}{2} a c (\text{sen } B)$  nos definen el área



podemos tener una expresión que nos dé el área en función de todos los elementos del triángulo y quedará:

$$A_1 + A_2 + A_3 = \frac{1}{2} ( b c \text{ sen } A + a b \text{ sen } C + a c \text{ sen } B )$$

$$3 A = \frac{1}{2} ( b c \text{ sen } A + a b \text{ sen } c + a c \text{ sen } B )$$

Finalmente

$$A = \frac{1}{6} ( b c \text{ sen } A + a b \text{ sen } c + a c \text{ sen } B )$$

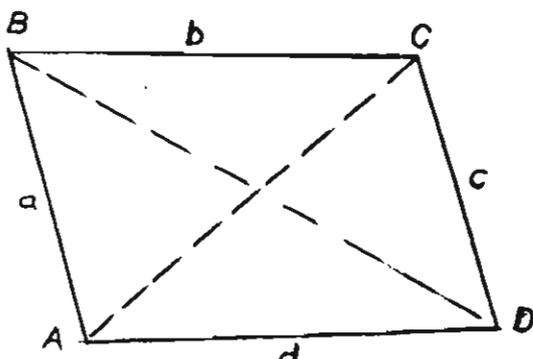
generalizando para un cuadrilátero

área en los triángulos  $A B C = \frac{1}{2} a b \text{ sen } B$

$A D C = \frac{1}{2} c d \text{ sen } D$

6

$B A D = \frac{1}{2} a d \text{ sen } A$

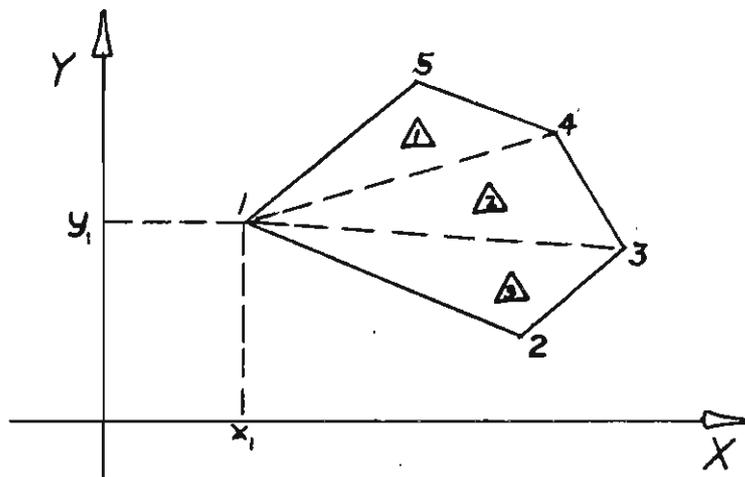


$$B C D = \frac{1}{2} b c \text{ sen } C$$

2 A =  $(\frac{1}{2} a b \text{ sen } B + b c \text{ sen } c + c d \text{ sen } D + d a \text{ sen } A )$  y finalmente

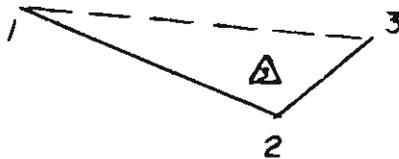
$$A = \frac{1}{4} ( a b \text{ sen } B + bc \text{ sen } c + cd \text{ sen } D + da \text{ sen } A )$$

área de un polígono en función de sus coordenadas. Sea el polígono 1, 2, 3, 4, 5, 1:



trazamos las diagonales  $\overline{14}$  y  $\overline{13}$  formando los triángulos 1, 2 y 3 sabemos, por geometría analítica que el área de un triángulo en función de las coordenadas de los vértices es igual a  $\frac{1}{2}$  de un determinante y si el área del polígono es igual a la suma de las áreas de los triángulos 1, 2 y 3 tendremos que:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$



área de un triángulo

$$2 A = \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_5 & Y_5 & 1 \\ X_4 & Y_4 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_4 & Y_4 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \\ X_2 & Y_2 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{desarrollando nos queda:}$$

$$2 A = X_1 Y_5 + X_5 Y_4 + \cancel{X_4 Y_1} - X_5 Y_1 - \cancel{X_1 Y_4} - X_4 Y_5 + X_4 Y_3 + \cancel{X_3 Y_1} - \cancel{X_1 Y_3} - X_3 Y_4 \\ + X_3 Y_2 + X_2 Y_1 - \cancel{X_4 Y_1} + \cancel{X_1 Y_4} - \cancel{X_3 Y_1} + \cancel{X_1 Y_3} - X_1 Y_2 - X_2 Y_3$$

Simplificando y factorizando:

$$2 A = X_1 ( Y_5 - Y_2 ) + X_2 ( Y_1 - Y_3 ) + X_3 ( Y_2 - Y_4 ) \\ + X_4 ( Y_3 - Y_5 ) + X_5 ( Y_4 - Y_1 )$$

generalizando para una poligonal de "n" lados:

$$2 A = X_1 ( Y_n - Y_2 ) + X_2 ( Y_1 - Y_3 ) + \dots + X_{n-1} ( Y_{n-2} - Y_n ) \\ + X_n ( Y_{n-1} - Y_1 )$$

se puede decir: "dos veces el área" es igual a la suma de los - productos de las abscisas por la diferencia entre la ordenada - vértice anterior y la del vértice siguiente.

También se deduce que:

$$2 A = Y_1 ( X_2 - X_5 ) + Y_2 ( X_3 - X_1 ) + Y_3 ( X_4 - X_2 ) + Y_4 \\ ( X_5 - X_3 ) + Y_5 ( X_1 - X_4 )$$

generalizando:

$$2 A = Y_1 ( X_2 - X_n ) + Y_2 ( X_3 - X_1 ) + \dots + Y_{n-1} ( X_n - X_{n-2} )$$

$$+ Y_n ( X_1 - X_{n-1} )$$

y se puede decir que el área es igual a 1/2 de la suma de los productos de las ordenadas por la diferencia entre la abscisa del vértice siguiente menos la del vértice anterior.

Dividiendo la figura en trapezios con respecto a los ejes X e Y se llega a las mismas expresiones Higashida pág. 85 y Ternryd pág. - 142.

EJEMPLO DE CALCULO:

EST.	P.O.	DIST. HOR.	RUMBO	COSENO RUMBO	SENO RUMBO	PROYECCIONES SIN CORREGIR			
						N	S	E	W
0	1	51.052	NE 69°52'13"	0.34415	0.93892	17.5694		47.9335	
1	2	92.663	NE 27 47 36	0.88464	0.46628	81.9730		43.2072	
2	3	78.052	NW 56 18 02	0.55484	0.83196	43.3062			64.9360
3	4	97.036	NW 62 16 53	0.46513	0.88524	45.1344			85.9003
4	5	169.619	SW 61 11 30	0.48188	0.87624		81.7362		148.6264
5	6	62.095	SE 32 35 06	0.84259	0.53855		52.3208	33.4413	
6	7	70.162	SE 78 27 48	0.19999	0.97980		14.0320	68.7445	
7	8	50.667	NE 78 10 46	0.20485	0.97879	10.3789		49.5925	
8	0	75.674	SE 48 22 04	0.66435	0.74742		50.2738	56.5605	
SUMAS		747.020				198.3619	198.3628	299.4795	299.4627

EY = (Suma proy. N) - (Suma proy. S) correcciones por  
EX = (Suma proy. E) - (Suma proy. W) Regla del Tránsito.

$$CY = KY; \quad K = \frac{EY}{Y}$$

$$CX = K'X; \quad K' = \frac{EX}{X}$$

$$Et = \sqrt{(EY)^2 + (EX)^2}$$

$$P = \frac{1}{\text{Perimetro} \div ET}$$

.....#

CORRECCIONES		PROYECCIONES CORREGIDAS				VERTICE	COORDENADAS	
CY	CX	N	S	E	W		Y	X
0.0001	0.0013	17.5695		47.9322		0	912.5669	1046.5913
0.0001	0.0012	81.9731		43.2060		1	930.1364	1094.5235
0.0001	0.0018	43.3063			64.9378	2	1012.1095	1137.7295
0.0001	0.0024	45.1345			85.9027	3	1055.4158	1072.7917
0.0001	0.0010		81.7361		48.6306	4	1100.5503	986.8890
0.0001	0.0019		52.3207	33.4403		5	1018.8142	838.2584
0.0001	0.0014		14.0319	68.7426		6	966.4835	871.6987
0.0001	0.0016	10.3790		49.5911		7	952.4616	940.4413
			50.2737	56.5589		8	962.8406	990.0324
						0	912.5669	1046.5913
0.0009	0.0168							
		198.3624	198.3624	299.4711				

Fórmula:

$$2A = X_1(Y_n - Y_2) + X_2(Y_1 - Y_3) + X_3(Y_2 - Y_4) + \dots + X_{n-1}(Y_{n-2} - Y_n) + X_n(Y_{n-1} - Y_1)$$

$$AREA = 31434.297$$

Area bajo una curva. Higashida (pág. 102).

#### 4.2.7. Información breve sobre lenguaje ICES-COGO diseña - do para topografía.

En este capítulo se introduce al estudiante en el conocimiento de un lenguaje de computadora que resuelve problemas específicos de geometría y topografía.

El sistema Integrado de Ingeniería Civil ( ICES -Integrated Civil Engineering System) se desarrolló en los Estados Unidos (1965- - 1967) en el Instituto Tecnológico de Massachusetts ( MIT ) bajo el patrocinio de nueve firmas como: la fundación Ford, Corporación I.B.M., U.S. Bureau of Public Roads, Departamento de Obras - Públicas de Massachusetts, etc. Este sistema utiliza una computadora digital ( IBM -370 , IBM-1130, etc.) y una serie de compiladores que contienen los programas correspondientes a cada subsistema y que resuelven problemas específicos de ingeniería civil, - por lo tanto, el usuario sólo deberá conocer el problema, la forma de resolverlo, las características de los comandos ( que son - comunes con la terminología familiar a cada especialista ) y el - orden en que son manejados.

La idea fundamental para crear el sistema fue que, debido a los - avances de la ingeniería civil, el tamaño de las obras y el volumen de trabajo, se hacía necesario solucionar el mayor número de problemas en el menor tiempo posible, lo cual no siempre se logra

haciendo uso de otros lenguajes de computación como el FORTRAN, BASIC, ALGOL, PL/1, etc., que requieren un adiestramiento y práctica especiales. El sistema ICES, fue diseñado de tal forma que aunque se tengan pocos conocimientos sobre las máquinas computadoras o sobre otros lenguajes de computación es posible resolver una serie de problemas de ingeniería civil mediante los siguientes subsistemas:

STRUDL ( STRuctural Desing Language ) diseñado especialmente para resolver problemas de análisis y diseño de estructuras en dos o tres dimensiones.

COGO ( COordinated GeOmetry ) para problemas geométricos y de topografía.

SEPOL ( SEttlement Problem Oriented Language ) para análisis de esfuerzos y deformaciones en suelos y asentamiento de estructuras.

ROADS ( ROadway Analysis and Design System ) para localización y diseño de carreteras y en general casi para cualquier tipo de camino.

TRANSET ( TRANsporation N ET work Analysis ) para predicción y análisis de flujo de redes de transporte, aplicable también a redes eléctricas.

BRIDGE ( BRIDGE Design System ) para diseño de puentes, intersecciones de carreteras, pasos a desnivel etc.

PROJECT ( PROJect Engineering CONtrol ) ayuda en la planeación y control de proyectos de construcción.

OPTECH ( OPTimization TECHniques system ) para resolver problemas de optimización que se presentan en el diseño y análisis ingenieril; para resolver problemas de programación matemática.

LEASE o SLOPE ( SLOPe Estability System ) para estimar el factor de seguridad en la estabilidad de taludes o muros de contención.

TRAVOL ( TRAFFIC VOLUME DATA SUBSYSTEM ) para el procesamiento, almacenamiento y aplicación de datos de volumen de tráfico de transporte en áreas urbanas o regionales.

HYDRO - para problemas de hidráulica.

DYNAL - para el análisis dinámico de estructuras complejas tri-dimensionales como edificios, tuberías, plataformas de perforación y estructuras aeroespaciales.

Todos ellos funcionan bajo el sistema de "tiempo compartido" con un computador central y terminales ubicadas en diversos sitios - cercanos o lejanos de él. Desde luego, el tiempo de máquina no es demasiado barato pero en la mayoría de los casos justifica su uso.

El caso del subsistema ICES-COGO es uno de los que más impacto ha tenido y se han hecho programas similares en idioma español como el SIGEC ( sistema geométrico coordinado ), que se usa en Colombia, y otros como el sistema TOPOGRAF. que usan en España, en México - se usa el ICES-COGO ( COGO-370 ) y EL ICES-COGO 1130 ( COGO II ) - en sus versiones originales en idioma inglés.

Para el subsistema COGO se usan tarjetas de programación de 80 - columnas, al igual que en otros lenguajes y se comienza la escritura, si se desea, desde la primera columna se puede continuar - anotando en cualquier columna antes de la 80 un signo ( - ) hasta en cinco tarjetas. Es importante cuidar los espacios, puntuación, usar los comandos adecuados, definir correctamente los objetos - geométricos de una cadena, almacenar el número de datos necesarios que resuelvan el problema; para ello se tienen las siguientes tablas de datos:

Tabla de puntos: esta tabla tiene capacidad de almacenamiento hasta de 10,000 puntos que pueden ser almacenados e identificados - con números enteros del 0 a 9999 los datos que definen a un punto - como objeto geométrico que identifica la máquina son las coordenadas horizontales, estación y elevación; son ejemplos de puntos:

POINT 2 ; PO 2 ( punto 2 ó vértice No. 2 )

PO n X (  $v_1$  ) Y (  $v_2$  ) STA (  $v_3$  ) Z (  $v_4$  )

en donde:  $n$  = número del punto.

$v_1$  ,  $v_2$  ,  $v_3$  etc=valores numéricos de los elementos que se indican.

Tabla de rectas: almacena hasta 1000 rectas que se identifican con números enteros de 0 a 999, una recta queda definida mediante un punto y una dirección ejemplos:

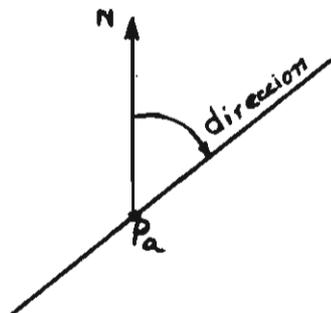
LINE 6 ( línea 6 ó recta 6 )

LINE i thru Pa at dirección ( 1 )\* ( impresión )

LINE Toward Pb ( 2 )\*

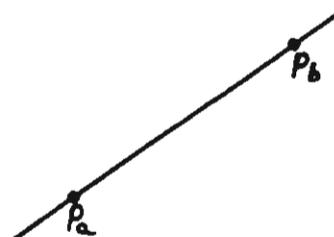
en donde i = número que identifica a la recta

Pa Pb = puntos almacenados



( 1 )\*

Línea i que pasa por el punto Pa con dirección ( rumbo o azimut )



( 2 )\*

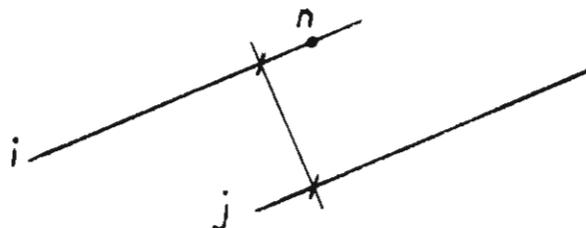
Línea que pasa por Pa y por Pb

otro ejemplo es:

LINE i thru n PARALLEL to { Línea j (separación) , (impresión)  
línea

Primera opción:

línea  $i$  que pasa por el punto  $n$  y es paralela a la línea  $j$  ( ya almacenada ) con una separación determinada e impresión.



Segunda opción:

línea  $i$  que pasa por  $n_1$ , y es paralela a la línea  $k$  que pasa por  $n_2$  con una dirección determinada y una separación entre ambas.

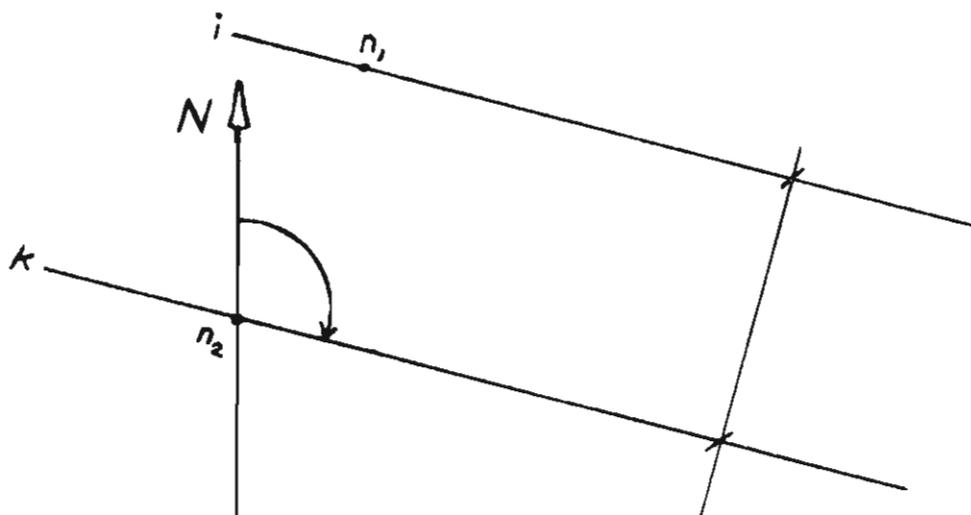


Tabla de cursos: un curso es un segmento de recta entre dos puntos inicial y final, se identifica mediante un nombre que puede tener de 1 a 4 caracteres entre apóstrofos, ejemplos:

COURSE a Pa To Pb ( impresión )  
n, distancia, dirección

COURSE 'A1', COU 'JOS' COU 'SEM'...etc.

a = nombre del curso

Pa Pb = puntos inicial y final almacenados

n= punto final cuyas coordenadas son calculadas en función de la distancia y la dirección que se dan.

ejemplos:

COU 'A2' POINT 5 TO POINT 7

COU 'A3' POINT 5 TO POINT 6 distancia, dirección

otro ejemplo de curso es el que pasa paralelo a uno ya almacenado o especificado COU a na To nb, PARALLEL TO Course b.

Course (separación)

ejemplos:

COU 'B1' 2 To 3, PAR TO COU 'A1' ( separación )

COU 'B1' 2 To 3, PAR TO COU 7 TO 8 (separación)

en donde a,b = nombre del curso

na = punto inicial almacenado

nb = punto final almacenado

Tabla de curvas: almacena hasta 1000 curvas que se identifican mediante un número entero de 0 a 999.

Curva 6; CURVE 6

( las especificaciones se verán más adelante )

Tabla de cadenas: se usan 8 caracteres entre apóstrofos para identificar a las cadenas ( poligonales ) que son objetos geométricos ligados entre sí como puntos, rectas, cursos, curvas etc. ejemplos:

Cadena 'LOTE-2' CHAIN 'LOTE-2'

otra forma es

PARCEL 'LOTE-2'

Cadena cuyos puntos o vértices se conocen o se han calculado.

CHA 'LOTE-5' 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1

el punto inicial debe ser el que cierre la cadena  
cadena de puntos, rectas, cursos, curvas etc.

CHA 'PREDIO-2' 1,2, LINE 5, 8, COURSE 'B6', CURVE 7, 3, 1

Tabla de perfiles: es para alineamientos verticales ( curva vertical ), se identifican mediante nombres de 8 caracteres entre - apóstrofos y contiene los datos de números de los puntos, longitudes de las curvas verticales etc.

Tabla de escalares: almacena distancias, ángulos y direcciones en tablas separadas.

distancia	'B1'	37.40
<u>DISTANCE</u>	'B1'	37.40
ángulo	'A 35' 20 36 21	
<u>ANGLE</u>	'A 35' 20 36 21	
rumbo	'M12' N16 21 14E	
<u>BEARING</u>	'M12' N16 21 14E	
azimut	'AG' 176 20 18.42	
<u>AZIMUT</u>	'AG' 176 20 18.42	

Nota:

Para el caso de ángulo basta con dejar un espacio libre entre grados y minutos, minutos y segundos. Pudiendo usar decimales de grado, de minuto o de segundo.

Como ya se dijo cada uno se almacena en tablas por separado, por lo tanto pueden llevar todos ellos el mismo nombre como DISTANCE 'R' ANGLE 'R' BEARING 'R' AZIMUTH 'R' sin que pueda confundirse.

Tabla de textos: es una tabla para almacenar aclaraciones.

Comentarios: se pueden hacer ( y se recomienda su uso ) tantos comentarios como se quiera simplemente iniciando la tarjeta con una perforación correspondiente al signo \$ seguido de uno o más espacios en blanco, pueden ser insertados fácilmente pues la máquina solo imprime lo declarado.

En los anteriores ejemplos, y en los siguientes, aparecen palabras subrayadas, entre paréntesis, minúsculas y entre llaves, - las cuales indican:

subrayada.- la parte o partes mínimas que se deben escribir de cada palabra  
paréntesis.- declaraciones obligatorias  
minúsculas.- sin paréntesis: optativas  
llaves.- varias opciones.

A continuación daremos las declaraciones más usuales y algunos ejemplos:

Declaración SET SYSTEM ( declaraciones de entrada )

Permite establecer especificaciones del sistema y tiene la forma SET ( SYSTEM ) especificaciones

en donde las especificaciones son:

NE , XY coordenadas horizontales, en entrada/ salida, Norte seguido de Este o X seguida de Y, respectivamente.

NAZ, SAZ son los valores de azimut, en entrada/ salida, medidas a partir del norte o del sur.

AZ, BEA son las direcciones impresas como azimut o como -- orientación respectivamente.

DEC3,DEC2 indican las distancias y coordenadas considerando tres o dos decimales.

ASEC,ADEC son ángulos y valores de dirección aproximados hasta segundos o redondeando con dos decimales, respectivamente.

COM,CHE indican entradas en tablas de datos o comparaciones - hechas con las entradas de tablas de datos.

PRI, NOP imprimen o no resultados intermedios después de cada declaración.

RED, NOR si se permite o no la redefinición de objetos.

Declaración SET CONSTANT

Esta declaración establece algunas constantes y tiene la forma SET ( CON STANT ) especificaciones

Especificaciones:

- DTO es la tolerancia al verificar los valores numéricos de distancias coordenadas, operando en el modo CHECK de la declaración anterior. El valor de la tolerancia es v.
- ATO es la definición previa, pero aplicada a ángulos y - direcciones, siendo v el valor de la tolerancia
- MAX ( ERR ) establece el número máximo de declaraciones con error, v, a partir de las cuales no se ejecutan más declaraciones. ( las declaraciones de impresión no se incluyen ).

Declaración STORE ( almacena )

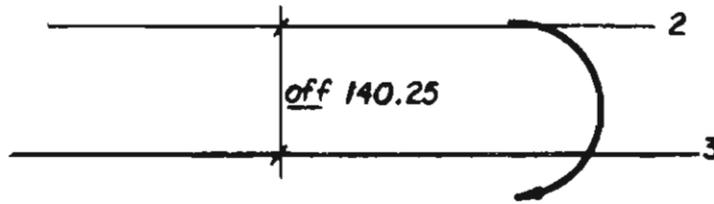
para puntos: STO PO 2 1421.18, 9535.46  
para rectas: STO LINE 3 THRU 102 AZ 125 14 36  
para cursos: STO COU 'B1' FROM PO 5 TO PO 7  
para curvas: STO CURVE 2 - - -  
para cadenas: STO CHAIN 'LOT/3' 1,2,3,4,5,6,1  
para distancias: STO DIS 'R' 425.32  
para ángulos STO ANG 'A' 26 20 35  
para direcciones: STO BEA 'RI'S18 14 21W  
STO AZ 'B7' 202 DI 32

Declaración PRINT ( para impresión ) ( declaración de salida ) al final de cada declaración o al final del programa:

STO PO 2 10000 10000 PRI que quiere decir:  
almacena punto 2 de coordenadas X =10000 Y =10000  
imprime ( la declaración )  
y al final del programa:

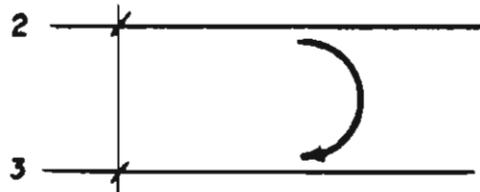
<u>PRINT</u>	<u>ALL</u>	<u>AZIMUTHS</u>	<u>PRINT</u>	<u>ANGLES</u> a.b.c.
		<u>POINTS</u>		<u>POINTS</u> - - -
		<u>LINES</u>		<u>LINES</u> - - -

Declaración      OFFSET      ( separación )  
STORE            LINE 2 THRU 5 PARALLEL      TO LINE 3      OFFSET      140.25

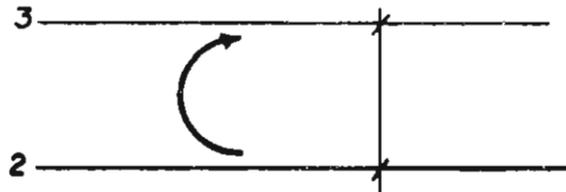


la separación que se considera en sentido positivo, como en este caso, no necesita ninguna aclaración aunque se aconseja escribir PLUS ( más ) o MINUS ( menos ) para indicar el sentido.

OFF SET PLUS      140.25



OFF SET MINUS      140.25



Declaración LOCATE (localiza)  
localiza un punto dado una serie de datos conocidos, puede tener las siguientes formas:

LOC    N FROM    Pa    DISTANCIA    DIRECCION,    OFFSET,    PRINT  
LOC    2 FROM    3    DIS ( plus o minus ) 126.35 AZ 14 26 32 OFF  
( p o m ) 90 se lee:

localiza el punto 2 desde el punto 3 con una distancia en avance o retroceso de 126.35 m y una dirección de azimut = 14°26' 32" ( más o menos ) 90°



LOC n INTERSECT objet ( with ) objet, ( near pa )  
LOC 2 INT LINE 2 WITH CURVE 7 NEAR 1 se lee:

localiza el punto 2 que resulta de la intersección de la recta 2 (almacenada) con la curva 7 ( almacenada o calculada ) y que está cerca del punto 1

los objetos pueden ser cualquiera de los almacenados y puede tener o no tener separación ( OFFSET )

LOC N PROJET Pa on objet  
LOC 2 PRO 5 ON LINE 9

localiza el punto 2 proyectado sobre el punto 5 en la recta 9 - ( object puede ser cualquiera de los datos almacenados; rectas-cursos, curvas, etc. ) con o sin separaciones ( offset)

Declaración CHAIN a

a es el nombre de la cadena por almacenar y se da una lista de objetos geométricos enlazados entre sí, pudiendo ser puntos, cursos, curvas, rectas, etc.

STO CHAIN 'BRASIL' 1,2,3, CURVE 7,9, 1

Declaración DESCRIBE CHAIN ( declaraciones de salida ) nos da todos los elementos de la cadena y puede tener la forma:

DESCRIBE CHAIN a  
DESCRIBE PARCEL a  
DESCRIBE TRAVERSE a, etc.

Declaración ÁREA

si la cadena es cerrada, el último punto es igual al primero, se imprime también el área y puede pedirse:

ÁREA CHAIN a para una cadena almacenada

ÁREA CURVE i para el área de una curva almacenada

Declaración para curva horizontal simple:

CURVE i, referencia, elementos, a/tangente, ( c/estación ) impresión

en donde

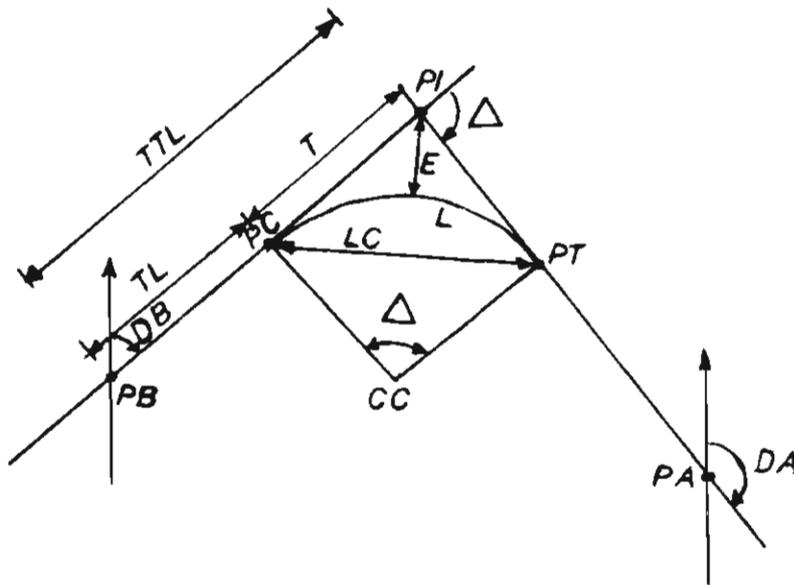
i es el número de identificación de la curva que se almacena en la tabla de curvas y

referencia =	{	<u>PB</u> at P <sub>a</sub> , dirección, <u>TL</u> distancia
		<u>PB</u> at P <sub>a</sub> , <u>DB</u> dirección, <u>TTL</u> distancia
		<u>PC</u> at P <sub>a</sub> , <u>DB</u> dirección
		<u>PI</u> at P <sub>a</sub> , <u>DB</u> dirección
		<u>PB</u> at P <sub>a</sub> , <u>PI</u> at p <sub>b</sub>
elemento =	{	<u>RADIUS</u> distancia
		<u>DEGREE</u> ángulo
		<u>LENGTH</u> distancia
		<u>TANGENT</u> distancia
		<u>LCHORD</u> distancia
		<u>EXTERNAL</u> distancia
		<u>CC</u> at p <sub>a</sub>
		<u>TL</u> ( distancia pero sólo que en referencia ) se use el 2o. ó 5o. renglón
	{	<u>DA</u> dirección
		p/m <u>DEFLECTION</u> ángulo
		p/m <u>DELTA</u> sólo si en "referencia" se

a/tangente = <span style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</span>	<u>PA</u> at $p_a$	usa el 2o., 4o, ó 5o. renglones.
	<u>LENGTH</u>	Sólo si en "elemento" se utiliza <u>RADIUS</u> ó <u>DEGREE</u>
	<u>p/m</u>	TANGENT distancia
	<u>LCHORD</u>	
	<u>EXTERNAL</u>	

c/ estación = STATION of identificación estación en donde

identif es cualquier elemento de identificación de la curva excepto CC, pudiendo ser el punto PB, si c/estación se omite, se supone que el valor de estación PC ( o TS ) es 0 + 00. Gráficamente, se tiene.



$\Delta$  = DEFLECTION ó DELTA

Declaración TRAVERSE

La forma general de la declaración y el orden normal de las subdeklaraciones son:

TRAVERSE 'nombre' ( requerida )

Subdeclaración de ajuste ( opcional )  
 Subdeclaración de cierre ( opcional )  
 Subdeclaración de retroceso ( opcional )  
 Subdeclaración de curso ( se requieren 2 o más )  
 Subdeclaración hacia adelante ( opcional )

END of TRANVERSE, ( REPORT ) ( PRINT, ) SKETCH ) (requerida).

en donde 'nombre' es el nombre de la poligonal que se almacena en la tabla de cadenas. El bloque de las subdeclaraciones de curso debe estar en el orden de los cursos, pero las otras pueden estar en cualquier orden, siempre y cuando vengan después de TRAVERSE y antes de END.

Si se da REPORT, se imprime un reporte completo de correcciones para poligonales ajustadas. También da los valores sin ajustar, la corrección y los valores ajustados para todas las distancias, direcciones, ángulos, latitudes, salidas y coordenadas de puntos. Con PRINT se imprimen tablas de valores ajustados de cursos. Con SKETCH se imprime un croquis de la poligonal en la impresora y permite distinguir errores importantes.

#### 80. Subdeclaración ADJUST

Tiene la forma:

ADJUST BY [ LINEAR  
TRANSIT ( RULE )  
COMPASS  
CRANDALL  
LEAST SQUARES [ TAPE  
DISTANCE (WEIGHT) v

Siendo v el valor numérico del peso que se asignará a cada 100 pies de cinta ( si TAPE es dado ) o a cada longitud de curso

( si DISTANCE es dado ) en relación al peso del ángulo unitario. Si no se especifica el peso, a las distancias y a los ángulos se les da el mismo peso.

#### 81. Subdeclaración CLOSURE

tiene la forma

CLOSURE ONE ( PART IN )  $v_1$ , PER ( ANGLE )  $v_2$  ( SECONDS )

Los valores de cierre se usan como especificación contra la cual se compara el valor real de cierre de la poligonal. Si el cierre de la poligonal excede al doble de la especificación, el procesamiento continúa, pero no puede entrarse a las tablas de datos. El valor  $v_1$  se usa para un ajuste angular preliminar y la especificación  $v_2$  se utiliza para un ajuste general.

Indicaciones generales y ejemplos de aplicación.

Las declaraciones:

para poder establecer en forma concisa las especificaciones de una declaración deben considerarse los siguientes convencionalismos:

las palabras que se escriben con minúscula pero que están subrayadas son obligatorias aunque sean de opción múltiple como objet - donde puede tratarse de cualquier objeto geométrico.

## Declaración DITTO

Esta declaración sirve para repetir el nombre de la anterior usando una D seguida de uno o varios espacios como por ejemplo:

```
STORE      POINT  3      1100      2400
D          DISTANCE      'M'      92.30
D          BEARING      'B2'    26 18  14.6
LOCATE     POINT  4
D 5
```

Continuación de una declaración, cuando una tarjeta no es suficiente se pueden usar hasta 5 de ellas con un máximo de 400 caracteres, usando una columna antes de la 80, el signo menos precedido de uno o más espacios en blanco.

Comentarios: al inicio de la tarjeta se marca el signo \$ debiendo empezar cada tarjeta del comentario con el mismo signo pues en esta declaración no funciona el signo menos para continuar.

Si se desea en algunas tarjetas de comando, donde quede espacio libre suficiente, se pueden insertar comentarios simplemente escribiendo el signo \$ precedido de uno o más espacios en blanco.

Palabras que ignora el procesador pero que son necesarias para entender mejor el problema:

on, from, of, with, rule, to, at, thru, by si estas palabras se escriben con minúscula son opcionales ( por esa razón, algunas están entre paréntesis), pero si se usan en el programa deben pasarse a la tarjeta completas y sin abreviaciones, cuando la palabra sea indispensable aparecerá subrayada.

Para el caso de datos numéricos se usan los símbolos v, va, vb, etc. pudiéndose omitir los puntos decimales y es válido escribir 100 100. ó 100.0 para puntos de poligonal o vértice no se admiten decimales.

Para datos cuyo signo sea positivo o negativo se usarán los - operadores de suma Plus ó Minus con excepción de las coorde - nadas elevaciones y otros valores, si no se aclara, la máquina procesa valores positivos. Tratándose de estaciones se usa el signo + entre las cifras sin espacios en blanco ni antes ni - después del signo, por ejemplo:

25+00                      114+980                      1+400 etc.

Suma, Multiplicación y División: pueden usarse con ciertas limi - taciones las palabras:

PLUS ,    MINUS

MULTIPLY ( BY )

DIVIDED ( BY )

Símbolos standard para identificar objetos:

- a) para un punto que se va a almacenar; ( POINT ) se usa; n, na, nb.
- b) para identificar un número almacenado: p<sub>i</sub>, p<sub>j</sub>, p<sub>k</sub>.
- c) para puntos de curva ya almacenados: pa, pb, pc.
- d) para una línea recta LINE o curva CURVE i, j, k
- e) para una distancia, ángulo, dirección, curso, cadena, perfil o texto se usa entre apóstrofes 'a', 'b', 'c', 'NOE' --- etc.

Formas standard para unidades de datos escalares.

<u>Escalar</u>	<u>forma aceptada</u>
----------------	-----------------------

distancias:

- |                     |                                   |
|---------------------|-----------------------------------|
| a) Valor numérico   | ( <u>DISTANCE</u> ) <u>v</u>      |
| b) Valor almacenado | ( <u>DISTANCE</u> ) <u>a</u>      |
| c) Valor calculado  | ( <u>DISTANCE</u> ) from pa to pb |

- son ejemplos:
- a) 436.16
  - a) DISTANCE 700.30
  - b) DIS 'A'
  - c) DIS 24 TO 7
  - c) DIS FROM POINT 12 TO PC 5

### Ángulos

- a) Valor numérico ( ANGLE ) v
- b) Valor almacenado ( ANGLE ) a
- c) Valor calculado ( ANGLE ) AT pa from pb to pc

- ejemplos
- a) 90° se escribe 90 solamente
  - a) ANGLE 26 35 42.18
  - b) ANGLE 'B'
  - c) ANGLE AT POINT 2 FROM 3 TO 5
  - c) AT 2, 3, 5

### Direcciones

- a) Valor numérico ( AZIMUT ) v ( P/M angle )
  - b) Valor almacenado ( AZIMUT ) pa TO pb ( P/M angle )
  - c) Valor calculado ( AZIMUT ) pa TO pb ( P/M angle )
- se puede usar la palabra BEARING ( rumbo )  
en lugar de AZIMUT

son ejemplos de direcciones los siguientes:

- a) 90
- a) AZ 126 14 10

BEA            N        18        21        03.5        E  
                               S        14        05        32        W

- a) AZIMUT 'B1" PLUS ANGLE AT 3,7, 1
- b) AZ 'B3' PLUS 90
- c) 14 TO 21 PLUS 90
- c) AZ 4 TO 9 MINUS ANGLE 'B7'  
       6 4 TO 9 M 'B7'
- c) AZ OF LINE 7 M 90

**Estaciones**

- a) Valor numérico ( STATION ) v ( P/M distance )
- b) Valor almacenado ( STATION ) OF pa ( P/M distance )

ejemplos:

- a) 12 + 000
- a) STA 128 + 420  
       STA 128 + 420 PLUS DIST FROM 9 TO 17  
       STA OF 7 MINUS 100  
       STA OF 4 PLUS 5 TO 9  
       STA OF 2

para separación OFF SET P/M distance son como sigue

- ..... OFF PLUS 13.4
- OFF P 13.4
- OFF P DIS FROM PO 5 TO PO 4
- OFF M 9 TO 17

Declaraciones standard para rectas, cursos, curvas y cadenas

LINE i, offset

LINE THRU na at dirección, offset

LINE THRU na TO nb, offset

y son ejemplos:

LINE 10

LINE 10, OFF P 40.02

LINE THRU 6 AT S 20 00 12 E, OFF M 3 TO 5

LINE THRU 16 AT AZ 12 TO 9 P ANGLE 'B1', OFF P DIS 'DAAG'

LINE THRU 10 AT 12

LINE THRU 6 TOWARD 45

LINE THRU 4 AT AZ "B2" P 90, OFF P 120

COURSE a , OFFSET

COU FROM pa TO pb, offset

COU 'A'

COU 'A', OFF P 10

COU "EBS", OFF M DIS FROM 4 TO 6

COU FROM PO 10 TO PO 6

COU 5 TO 2, OFF M 42.90

CURVE i, OFFSET

CUR 2

CUR 2, OFF P DIS 'EBS'

CHAIN a, offset

CHA 'TOMELI'

Ejemplos de aplicación.

I. Cuando se conocen las coordenadas de los puntos de una poligonal:

Orden del programa:

TARJETAS DE CONTROL ( de entrada )

COGO

SET SYSTEM X, Y BEARINGS

SOTRE POINT O 10.465913 912.5669

D	1	1094.5136	930.1262
D	2	1137.7198	1012.0952
D	3	1012.7912	1055.4012
D	4	986.9858	1100.5336
D	5	838.2656	1018.8052
D	6	871.6994	966.4920
D	7	940.0318	962.8366

STORE CHAIN 'DGS' 1,2,3,4,5,6,7,8,1

DESCRIBE CHAIN 'DGS'

FINISH

TARJETAS DE CONTROL ( de salida )

II. Cuando se conocen o se establecen las coordenadas de un punto y las distancias y direcciones de los lados de una poligonal.

T. CONTROL

CO GO

SET SYSTEM X, Y BEARING

SOTRE POINT 1 1000 1000

LOCATE POINT 2 FROM 1 DISTANCE 285.1 BEARING N 26 10 E

D 3 FROM 2 DIS 610.45 BEA S 75 25 E

D	4	FROM	3	DIS	720.48	BEA	S	15	30	W
D	5	FROM	4	DIS	208.00	BEA	N	1	42	W
D	6	FROM	5	DIS	647.02	BEA	N	53	06	W

STORE CHAIN 'LOTE-2' 1,2,3,4,5,6,1

DESCRIBE CHAIN 'LOTE-2'

FINISH

T. CONTROL.

III. Conocidas las coordenadas de punto, las distancias, y los rumbos de los lados de una poligonal para un lote que será afectado por el trazo de una calle y se desea saber el área afectada por la curva y el área restante.

T. CONTROL

COGO

SET SYSTEM X, Y AZIMUT

STORE POINT 2 63 50.43 4050.35

D	AZ	'A'	43	25	15
D	AZ	'B'	13	15	45
D	AZ	'C'	85	18	43
D	AZ	'D'	90	00	35
D	AZ	'E'	182	35	43
D	AZ	'F'	75	43	11
D	AZ	'G'	135	40	05
D	AZ	'H'	43	40	30
D	AZ	'I'	313	40	30
D	DIS	'EBS'		170.0	
D	DIS	'A'		56.35	

D DIS 'B' 57.48  
 D DIS 'C' 40.75  
 D DIS 'D' 50.95  
 D DIS 'E' 104.78  
 D DIS 'F' 140.54  
 D DIS 'G' 100.50  
 D DIS 'H' 146.38  
 D DIS 'I' 63.45  
 D DIS 'J' 140.50

LOCATE PO 1 FROM PO 2 M DIS 'A' AZ 'A'

D 3 FROM 2 P DIS 'B' AZ 'B'  
 D 4 FROM 3 P DIS 'C' AZ 'C'  
 D 5 FROM 4 P DIS 'D' AZ 'D'  
 D 6 FROM 5 P DIS 'E' AZ 'E'  
 D 8 FROM 6 P DIS 'F' AZ 'D'  
 D 9 FROM 6 P DIS 'G' AZ 'E'  
 D 11 FROM 9 P DIS 'H' AZ 'F'  
 D 12 FROM 1 M DIS 'I' AZ 'G'

STORE LINE 26 THRU 12 AT AZ 'H'

LOCATE PO 14 FROM PO 12 M DIS 'EBS' AZ 'H', OFF M 90

STORE LINE 27 THRU 14 AT AZ 'H'

LOCATE PO 13 FROM 14 P DIS 'J' AZ 'H'

STORE CURVE 74 PB AT 13, DB AZ 'I', TL 100, R 140.50, PLM

DEFLECTION 85 52 25

STORE LINE 28 THRU 6 AT 8

LOCATE PO 7 INTERSECT LINE 28 WITH CURVE 74

```

STORE LINE 29 THRU 9 AT 11
LOCATE PO 10 INTERSECT LINE 29 WITH CURVE 74
STORE CHAIN 'EBA' 5,8, 11, 9, 6
STORE CHAIN 'DAB' 6,7,10,9,6
DESCRIBE CHAIN 'EBA'
DESCRIBE CHAIN 'DAB'
FINISH
T. CONTROL ( salida )

```

Este problema aparece resuelto en language SIGEC en el libro - del Ing. Torres, pág. 287 .

IV. Usando la declaración TRAVERSE para una poligonal donde - se conocen las distancias y los rumbos de los lados y las coordenadas de un punto inicial.

```

COGO
SET SYSTEM X, Y BEA
STORE PO 0 1046.5913 912.5669
TRAVERSE 'TI'
CLOSURE ONE PART IN 5000, PER ANGLE 30 SECONDS

```

COURSE	O	TO	1	51.052	N	69	52	13	E
D	1	TO	2	92.663	N	27	47	36	W
D	2	TO	3	78.052	N	56	18	02	N
D	3	TO	4	97.036	N	62	16	53	W
D	4	TO	5	169.619	S	61	11	30	W
D	5	TO	6	62.095	S	32	35	06	E
D	6	TO	7	70.162	S	78	27	48	E

D	7	TO	8	50.667	N	78	10	46	E
D	8	TO	0	75.674	S	48	22	04	E

END OF TRAVERSE, REPORT, SKETCH

Se aconseja hacer uso de comentarios en todos los programas -  
para aclaración de cada comando.

TEMA 5: Determinación de valores de una Cadena Altimétrica.

5.1. En esta parte de la topografía estudiaremos los métodos que sirven para definir las posiciones relativas o absolutas de los puntos sobre la superficie terrestre proyectados en un plano vertical mediante su operación fundamental conocida -- como "nivelación", que es la serie de procedimientos para determinar diferencia de elevación entre puntos.

5.1.1. Tipos de nivelación:

Nivelación directa, topográfica o geométrica.  
Nivelación indirecta o trigonométrica.  
Nivelación barométrica.

5.1.2. Tipos de equialtímetros.- Los podemos clasificar en tres grupos principalmente, que son:

- a) Los tradicionales o antiguos.
- b) Los del tipo basculante.
- c) Los automáticos, autonivelantes o autobasculantes.

- a) Dentro de los tradicionales se usan los niveles tipo americano, francés, y el de mayor uso el Dumpy o tipo inglés.

Tipo americano, o nivel "y": consta de un telescopio sostenido por dos apoyos en forma de "y", que permiten el giro libre del telescopio alrededor del eje óptico, así como desmontarlo en un momento dado, pues lo sujetan dos "abrazaderas".

Tipo inglés: difiere del anterior en que el telescopio está fijo sobre sus apoyos, esto le da más rigidez y confiabilidad, su revisión y ajuste es más sencillo y duradero, y el poder de resolución del telescopio es mayor en este nivel fijo.

Tipo francés: Posee una construcción rígida y su anteojo es reversible, es decir, puede girar alrededor del eje de giro del telescopio, pero no es desmontable, esto es, posee las mejores características del nivel americano o "y" y del inglés.

Debemos aclarar que los niveles no deben juzgarse por la magnitud de la burbuja del nivel del telescopio, ni por el poder amplificador de sus lentes, pues si vemos la magnitud de la burbuja del nivel tipo inglés, nos asalta la duda de si éste es más efectivo que los niveles basculantes, pues siempre es más pequeña su burbuja, no obstante ambos son igualmente efectivos aunque más ventajoso el basculante.

- b) El nivel de tipo basculante posee un telescopio y un nivel que son movibles por medio de un tornillo micrométrico llamado basculante, que es independiente del eje azimutal, por lo que una vez centrada la burbuja del nivel esférico por medio de los tornillos niveladores, se pondrá horizontal con precisión a la línea de colimación por medio del tornillo basculante.

La burbuja aparece reflejada dentro del campo óptico del telescopio, debiendo hacerse coincidir los extremos de la misma, al hacer cada observación, esto permite duplicar la sensibilidad del aparato. El método es usado en instrumentos de alta precisión para nivelaciones de topografía fina y Geodésicas.

- c) Niveles de tipo automático, autonivelante o autobasculante.

La construcción de estos instrumentos modernos se basa en instrumentos e ideas muy antiguas ( véase la figura 5 de la unidad 1 ), del tiempo de los romanos, quienes seguían principios elementales de la fuerza de gravedad terrestre. Los niveles automáticos tienen su base en principios gravimétricos, carecen de nivel tubular, de tornillo basculante y accesorios complementarios, los cuales son substituidos por un compensador automático, cuyo radio de acción es controlado por un nivel esférico, tales compensadores están construidos en diversos sistemas conocidos como: de péndulo; de prismas; de espejos.

La construcción es en tal forma que el montaje de esos elementos hace las veces de uno o varios paralelogramos en los cuales las lentes, espejos o prismas están colocados en las caras verticales de los paralelogramos y puesto que se buscan centros gravimétricos apropiados, estas estructuras buscan siempre el equilibrio proporcionando una línea de colimación que describe planos horizontales, el movimiento de equilibrio de estos compensadores automáticos puede ser controlado por medio de una perilla que le proporciona fijación o libre movimiento en el momento de operación.

Este tipo de instrumento es insuperable en economía de operación y su precisión es tan buena como la que se obtiene con un nivel-basculante.

Artículos complementarios:

Estadales o miras: se trata de reglas graduadas sobre madera - con extensión de 2 y 4 metros, las más usuales son las conocidas como de charnela y los Filadelfia, los hay para trabajos de alta precisión graduados sobre cintas de metal invar.

Sapos o placa de nivelación: soporte metálico que sirve como base sólida para colocar el estadal en sitios donde el terreno es blando; consta de un disco metálico que se coloca firmemente en el piso y tiene una doble saliente en el centro para colocar el estadal en dos posiciones cuando se corre una nivelación y se comprueba por doble punto de liga.



Nivel de mano y clisímetro.

Nivel de mano: consta de un tubo de 13 a 15 cms., que sirve de anteojos sobre el que se encuentra montado un nivel de burbuja pa

ra la horizontalidad del tubo, lo que se logra llevando la burbuja al centro, esta burbuja es reflejada por un prisma dentro del campo visual del anteojo, lo cual permite controlar que esté al centro en el momento de hacer la lectura en el estadal. - Desde luego, la distancia entre el observador y el estadal no es muy grande, ya que no posee ningún aumento en el anteojo, - es recomendable usar una baliza como apoyo para lograr también conocer la altura de la línea de colimación, sabiendo cuanto miden las divisiones coloreadas en la baliza. La precisión que da este nivel es baja, no obstante se le usa con frecuencia para diversos trabajos como nivelaciones rápidas, secciones transversales, etc.

Clisímetro: consta de las mismas partes que el nivel de mano, pero posee además un círculo vertical de doble graduación, una en grados sexagesimales y otra en porcentajes de pendiente.

#### Referencias:

1. Higashida ( pag.136 a 140 )
2. Ternryd ( pag. 113 a 120 )

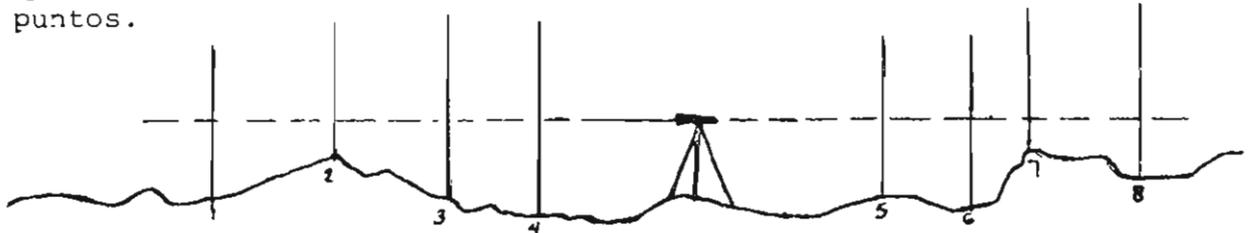
Fenómenos físicos que afectan una nivelación. Véase Higashida ( pag. 131 a 135 )

5.1.3. Revisión del nivel inglés. Véase Higashida ( pag. 147 a 151 ).

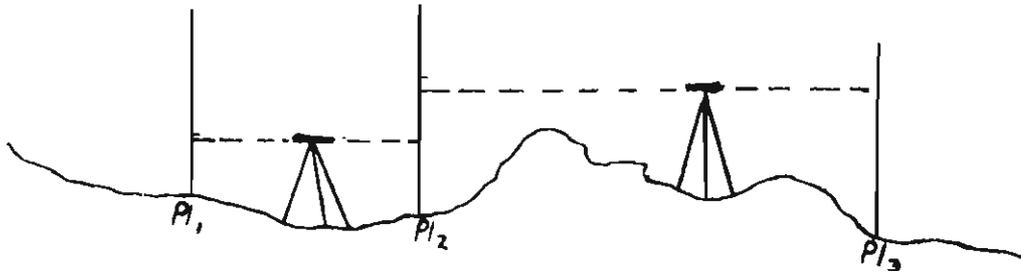
5.1.4. Métodos de nivelación directa, topográfica o geométrica.

- a) Simple
- b) Compuesta
- c) Diferencial
- d) De perfil

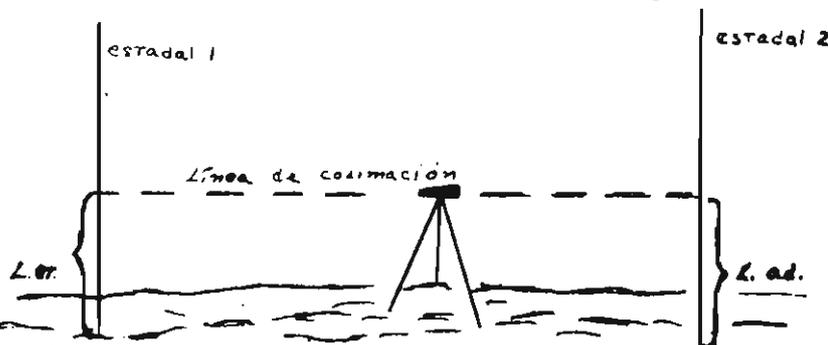
a) Simple: es aquella en la cual desde una misma estación del aparato se determinan las cotas o elevaciones de una serie de puntos.



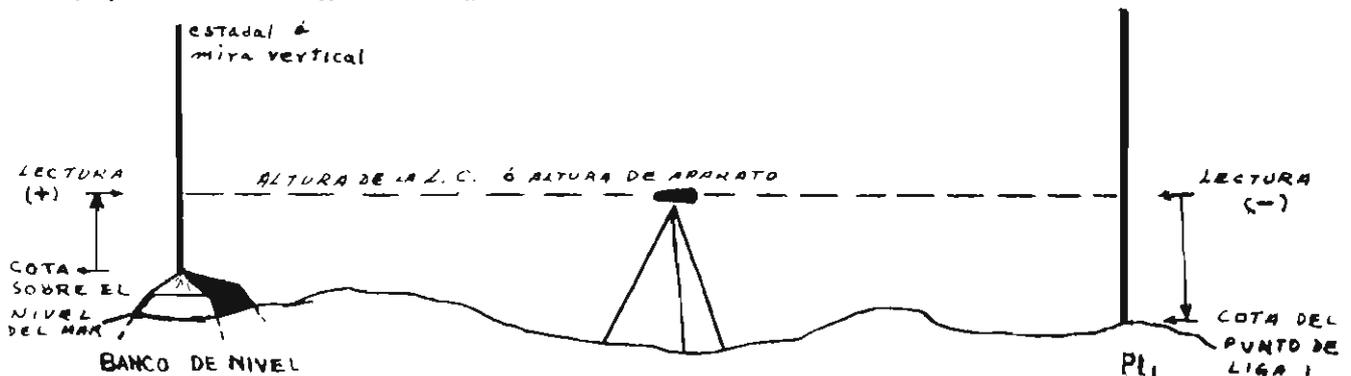
b) Nivelación compuesta: Es una cadena de nivelaciones simples, cuyos puntos auxiliares reciben el nombre de puntos de liga y son considerados como bancos de nivel momentáneamente para con ellos llegar al punto deseado o al bando de nivel final.



c) Nivelación diferencial: este procedimiento, como su nombre - lo indica, nos proporciona el desnivel entre dos o más puntos por medio de la diferencia entre las lecturas hechas sobre los estadales "atrás" y "adelante" vistos a través de un equialtímetro.



La posición relativa de los puntos se determina directamente restando a la lectura de "atrás" la lectura hecha "adelante", en lo sucesivo le llamaremos lectura (+) y lectura (-) respectivamente. Si se conoce la posición absoluta de uno de los puntos, es posible conocer la de cualquiera otro cercano a él y así ambos estarán referidos a una superficie de nivel que, en este caso, es la del nivel medio del mar.



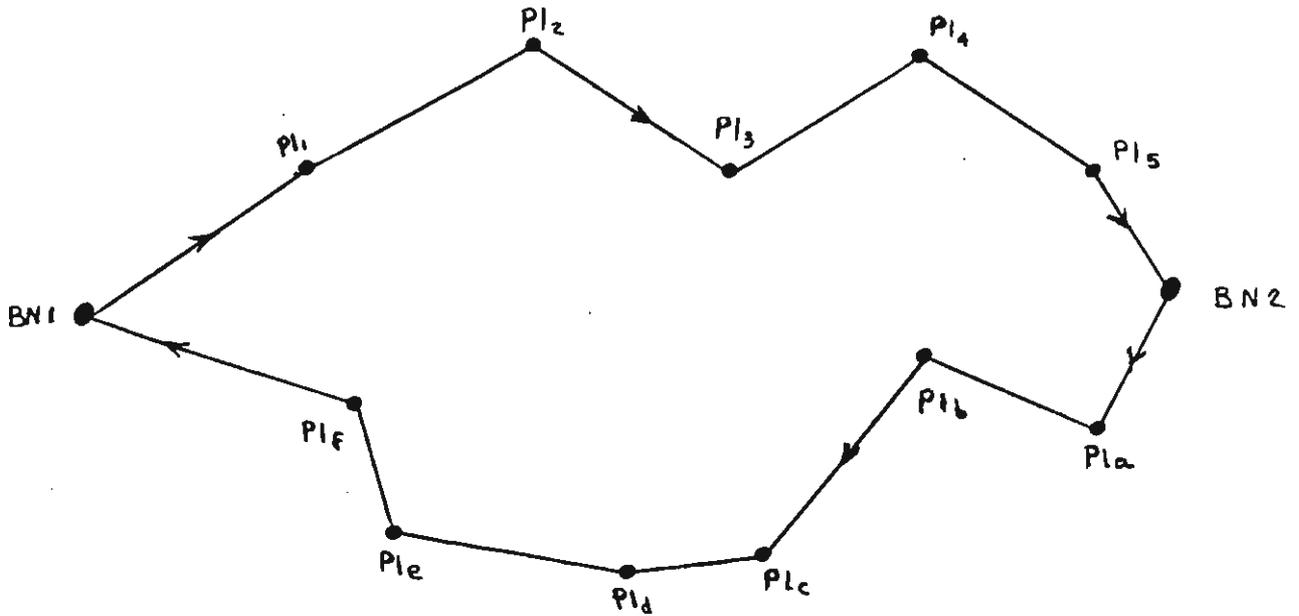
d) Nivelación de perfil: es aquella que tiene datos planimétricos y altimétricos, esto es, se conoce la distancia y el desnivel entre dos o más puntos del terreno, de tal manera que podemos obtener su perfil o proyección sobre un plano vertical. - Esta nivelación es realmente una variación de la nivelación diferencial provista de distancias horizontales regulares ( cadenas ) o distancias arbitrarias, y todas las modalidades de la nivelación diferencial pueden ser usadas para conocer un perfil del terreno.

La nivelación de perfil es usada con ventaja sobre una cuadrícula previamente establecida para la determinación de proyectos de rasante. Es decir, para cálculo de volúmenes ( de corte o de terraplén ).

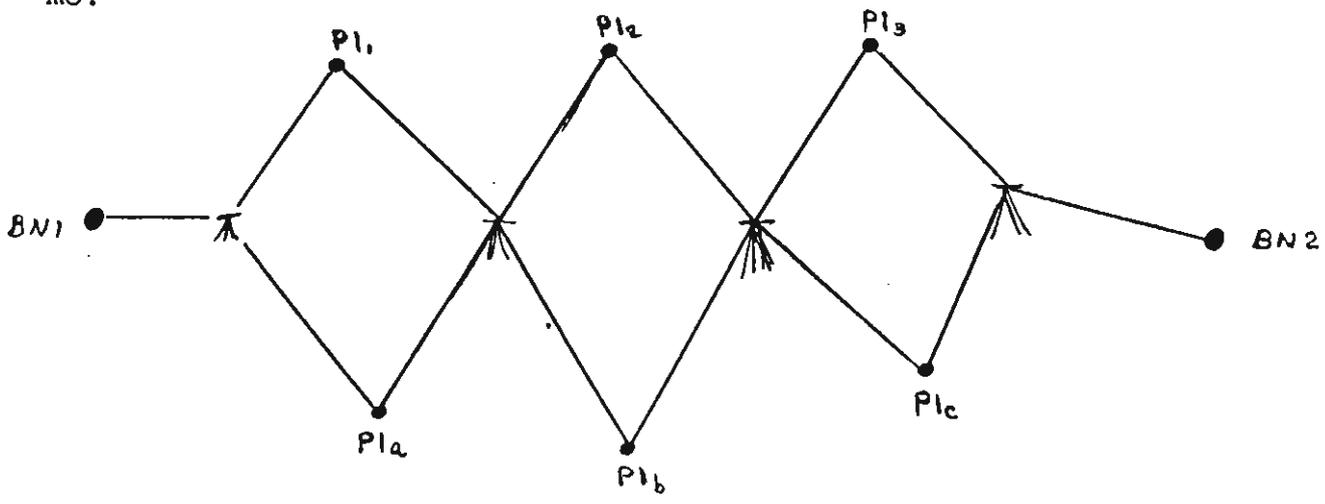
#### 5.1.5. Comprobaciones de una nivelación:

En una nivelación se introducen una serie de errores que pueden alterar de una forma notable a los resultados, estos errores, - como ya se vió, pueden ser naturales, instrumentales y personales, lo que hace necesaria una verificación. Si nosotros corremos a una nivelación, necesitamos conocer la magnitud del error, ver si es tolerable y posteriormente hacer la compensación. Para conocer el error es necesario ejecutar en el campo alguna de las comprobaciones de una nivelación que a continuación se exponen, así como los errores máximos permisibles o tolerancias y su compensación.

a) Comprobación mediante nivelación de circuito ( o de ida y vuelta ). En esta nivelación se parte de un banco de nivel de cota conocida o de cota arbitraria y se llega a un punto final o a un banco de nivel. Mediante la diferencia entre las cotas inicial y final, tendremos el desnivel entre ambos puntos. Posteriormente hacemos el recorrido en sentido contrario y siguiendo otro camino, de esta manera determinamos un desnivel que debe ser muy parecido al anterior con una diferencia máxima de  $T = 0.01 \sqrt{DKm}$ . Donde DKm es la distancia recorrida en kilómetros, si nuestro error cae dentro de esta tolerancia "T" será compensable, de no ser así se repetirá el trabajo, para evitar esta repetición después de haber nivelado varios kilómetros, - es útil checar en cada observación siguiendo alguno de los procedimientos que se mencionan en el inciso "d".

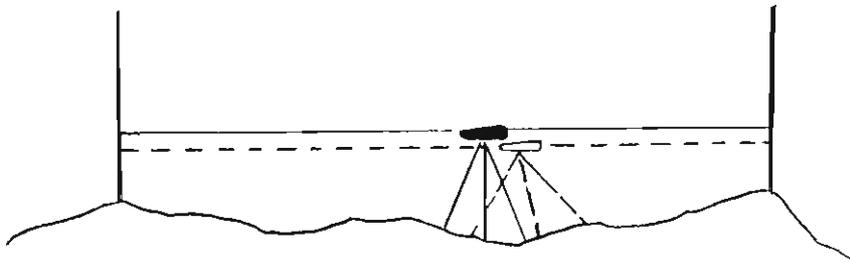


b) Por doble punto de liga.- En este método, se corre una doble nivelación usando dos puntos de liga para cada posición del aparato ( o para cada estación ), la cota de salida debe ser la misma y la de llegada, teóricamente debería ser igual la diferencia o error, no debe ser mayor que la tolerancia,  $T = 0.15 \sqrt{D}$  Km. Para que el registro y el cálculo aritmético resulten correctos, verifíquese en cada estación, la altura de la línea de colimación o altura de aparato. Al final del recorrido, el desnivel encontrado en cada nivelación por la diferencia de cotas de salida y llegada y el desnivel determinado mediante la diferencia de lecturas ( + ) "atrás" y lecturas ( - ) "adelante", deberá ser el mismo.



la separación entre los puntos auxiliares PI1, PIa, etc. Se ve exagerada en la figura pero bastará que entre ellos exista un pequeño desnivel sin importar la distancia.

c) Por doble altura de aparato. Esta comprobación se realiza mediante un recorrido en donde lo único que cambia es el punto de vista o altura de la línea de colimación, así se tienen dos lecturas diferentes en el mismo estadal, el registro se verifica en cada tramo, chequeando la cota de los puntos de ligazón. La cota de llegada en ambos registros ( o en un registro doble), no deberá diferir en más de una tolerancia  $T + 0.02 \sqrt{D}$  Km.



Existen otros métodos de comprobación como son: el uso de estadales o miras con carátula de doble graduación o reversibles, grabadas sobre metal invar, en sistema métrico decimal y sistema inglés que permite llevar un doble registro con mayor seguridad y precisión; también es posible controlar una nivelación cuando el telescopio cuenta con marcas estadimétricas ya que la distancia entre ellas y el hilo medio es la misma y el intervalo leído en el estadal también debería ser el mismo, aunque la estimación al observar hace que, en repetidas ocasiones, haya pequeñas diferencias que se resuelven por promedio para determinar la lectura correcta y tener una seguridad en el trabajo que se realiza.

Nivelación trigonométrica o indirecta.

Este método basa sus resoluciones en las de un triángulo rectángulo situado en un plano vertical. La hipotenusa del triángulo es la línea que une los puntos entre los cuales se desea conocer el desnivel, la base es la línea que va de un punto hasta la vertical bajada desde el otro, que nos representa la altura del triángulo y en este caso el desnivel. Uno de los ángulos agudos y el lado horizontal medido en el terreno nos determinan, mediante funciones trigonométricas, la diferencia de nivel entre los dos puntos. Ver Higashida ( pag. 116 ).

## Nivelación barométrica.

En esta nivelación las alturas de los puntos se determinan por medio de un barómetro con mercurio, de un barómetro aneróide - ( o de caja vacía ), un hipsómetro ( que funciona a base de la temperatura de vapor de agua químicamente pura ) o de un altímetro. Ver Higashida ( pag. 195 a 197 ).

### 5.2. Determinación de valores por cálculo.

#### 5.2.1. Errores y tolerancias aparte de las ya indicadas anteriormente para las comprobaciones de una nivelación, véase Higashida ( pag. 180 a 187 )

## Compensación de una nivelación.

Una vez determinada la magnitud del error y comparándola con la tolerancia establecida, sabremos si es posible compensarlo o es necesario repetir el trabajo. A continuación daremos un ejemplo de compensación para una nivelación de ida y vuelta - o para una donde se conoce la cota o elevación del banco de nivel de llegada repartiendo el error proporcionalmente a las distancias parciales a los bancos de nivel intermedio.

### Ejemplo:

Se ha corrido una nivelación entre dos bancos extremos, estableciendo 3 bancos intermedios, al final del recorrido se comparan las cotas, encontrándose con su diferencia un "error total", si éste cae dentro de la tolerancia permitida se procederá a repartir el error estableciendo proporciones entre la distancia recorrida y el error total.

llamaremos:

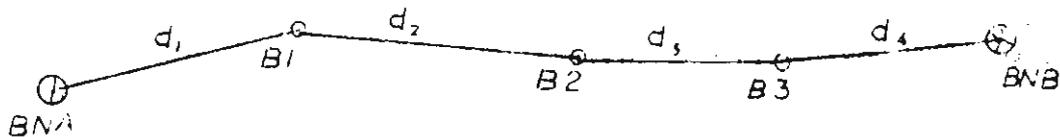
$dt$  = distancia total recorrida entre los bancos de nivel A y B

$d_1, d_2, d_3$  y  $d_4$  = distancias entre bancos de nivel

et = error total

c1, c2, y c3 = correcciones a las cotas de los bancos de nivel 1,2,3.

Figura ( planta )



de lo explicado anteriormente se desprende que:

$\frac{c1}{c2} = \frac{d1}{d2}$  y la corrección será proporcional a la distancia entre cada punto y el punto de partida.

Si establecemos la proporción:

$\frac{dt}{et} = \frac{d1}{c1}$  encontramos que  $c1 = \frac{et (d1)}{dt}$

que es la corrección a la cota del banco de nivel 1, como el error se va acarreando, en el segundo banco debemos considerar las distancias d1 y d2 de manera que:

$\frac{dt}{et} = \frac{d1+d2}{c2}$  por lo tanto  $c2 = \frac{et (d1+d2)}{dt}$

siendo ésta la corrección del banco de nivel 2, de igual forma:

$\frac{dt}{et} = \frac{d1+d2+d3}{c3}$   $c3 = \frac{et (d1+d2+d3)}{dt}$

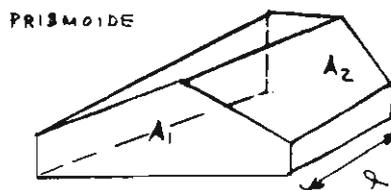
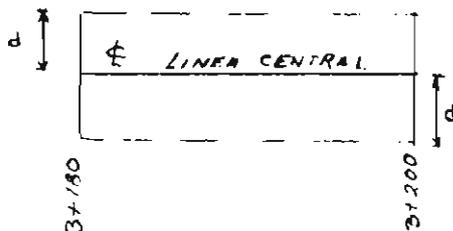
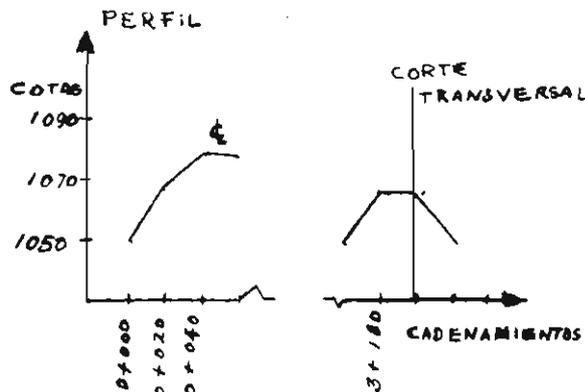
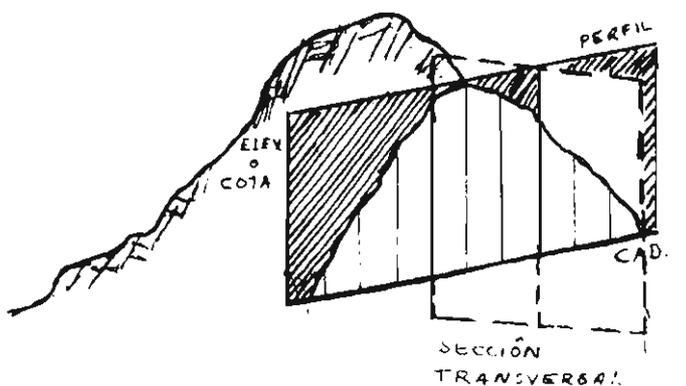
y así sucesivamente, según el número de puntos que se tengan, aplicando en cada caso el signo correspondiente a la corrección en función del signo que resulta en el error.

Existen otras compensaciones como por ejemplo a líneas de nivelación que se cruzan en un punto, para redes completas de nivelación y que requieren de otros conocimientos que están fuera de este curso pues interviene la probabilidad y la teoría de los errores.

### 5.2.2. Volúmenes por secciones transversales y por prismas.

Por secciones transversales:

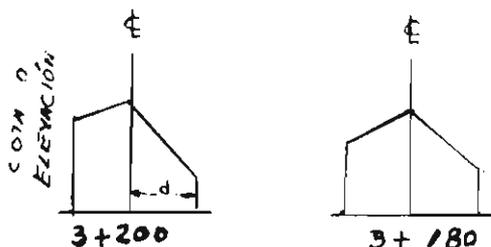
Cuando se ha corrido una nivelación siguiendo una línea fija, marcada previamente con equidistancias o "cadenamientos", es posible dibujar el perfil del terreno, si en cada punto del cadenamiento pasamos planos perpendiculares a la línea hacemos un seccionamiento determinando elevaciones laterales, con ello formamos una serie de "prismas" de los cuales es posible conocer el área de la base en cada corte y la altura del prisma sería el cadenamiento y con esto calcular el volumen de cada sección, ya sea corte o terraplén.



$$V = \frac{A_1 + A_2}{2} l$$

VOLUMEN DE LA SECCIÓN:

$$V = (A_1 + A_2) \times 10$$

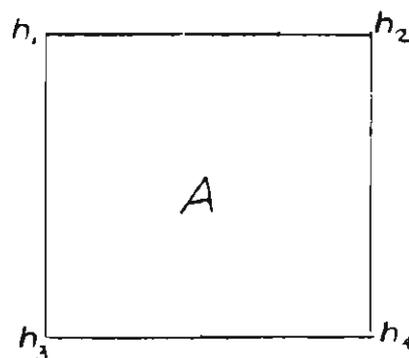


Prisma truncado cuadrangular.

Para calcular el volumen de una figura rectangular en la que se -  
 tengan cuatro vértices, es decir que corresponda a la figura de -  
 un prisma truncado en el que  $h_1, h_2, h_3, h_4$  es la elevación o pro-  
 fundidad que se requiere y  $A$  es el área horizontal,

entonces

$$V = A \left( \frac{h_1+h_2+h_3+h_4}{4} \right)$$



Prisma truncado triangular.

De una manera semejante se puede obtener el volumen de un prisma  
 triangular truncado por la siguiente fórmula:

$$V = A \left( \frac{h_1+h_2+h_3}{3} \right)$$

Cuando en un terreno aparece un número grande de prismas que tie-  
 nen la sección recta, pueden agruparse todos ellos y calcularse-  
 su volumen por las fórmula que proporciona el conjunto de pris-  
 mas. Un grupo de prismas contiguos de una misma sección recta -  
 tiene la particularidad de que el valor de la sección recta y el  
 divisor 3 son comunes a todos los cálculos, también las alturas-  
 pueden resultar comunes.

Fórmula de la suma de prismas rectangulares.

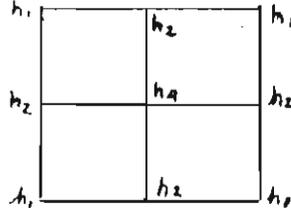
El volumen se puede obtener por medio de la fórmula siguiente:

$$V = A \left( \frac{\sum h_1 + 2 \sum h_2 + 3 \sum h_3 + 4 \sum h_4}{4} \right)$$

donde:

A: área de las secciones rectas del conjunto

$\sum h_{1..}$ : suma de todas las alturas que pertenecen a un solo cuadro

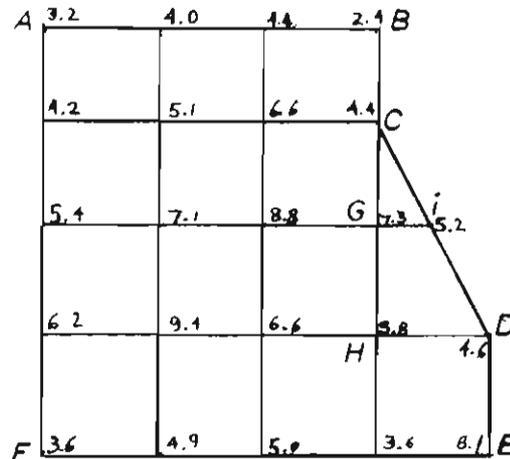


$\sum h_{2..}$ : suma de todas las alturas comunes a dos cuadros.

$\sum h_{3..}$ : suma de todas las alturas comunes a tres cuadros.

$\sum h_{4..}$ : suma de todas las alturas comunes a cuatro cuadros.

Ejemplo :



$G_i = 6 \text{ m}$   
 $HD = 10 \text{ m}$   
 $DE = 10 \text{ m}$   
 $CG = 10 \text{ m}$   
 Etc.

El volumen de  $CG_i$  es un prisma truncado y se calcula

$$V = \frac{30}{3} (4.4 + 5.2 + 7.3) = 169$$

El volumen  $G_iDH$  es

$$V = \frac{80}{4} (7.3 + 5.2 + 4.6 + 5.8) = 458$$

El volumen de  $ABCGHDE$  es

$$V = \frac{100}{4} (21.9 + 2 \times 49.4 + 3 \times 5.8 + 4 \times 43.6)$$

$$V = 25 (21.9 + 98.8 + 17.4 + 174.4) = 7812.5$$

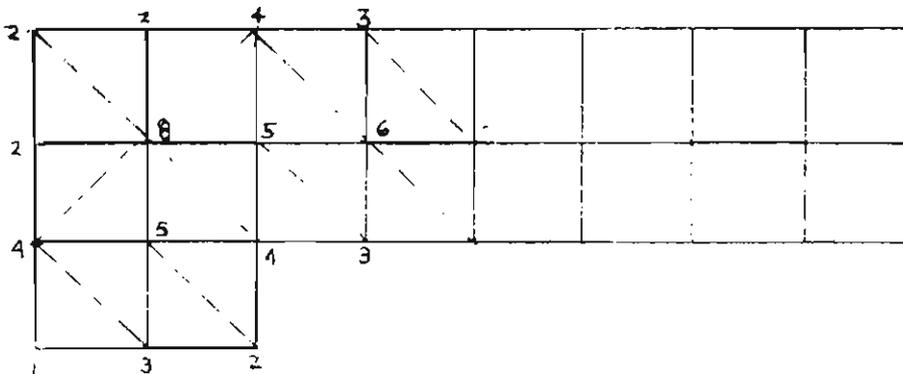
Sumando todos los volúmenes se tiene

$$V = 7812.5 + 458 + 169 = 8439.5$$

$$v = 8439 \quad u^3$$

Suma de prismas triangulares.

Cuando se desea obtener el volumen de una porción de terreno en el que se ha realizado una nivelación de cuadrícula, que debe ofrecer una aceptable precisión, se emplea el método de prismas triangulares, que consiste en formar prismas y contar cuántos - acuden a cada vértice.



$A/2$  es el área de un prisma

1,2,3,4,5, etc. son los prismas que se concentran en cada vértice;

el volumen se obtiene por la fórmula

$$v = \frac{A}{6} (\sum h_1 + 2\sum h_2 + 3\sum h_3 + 4\sum h_4 + \dots + n\sum h_n)$$

TEMA 6. Determinación de valores de una cadena planimétrica y altimétrica simultáneas.

6.1. Determinación de valores por medida directa:

6.1.1. Descripción del tema:

Para combinar en un mismo plano detalles planimétricos y altimétricos es necesario obtener sus correspondientes valores de una manera sencilla y sobre todo directa, para ello existen desde hace mucho tiempo procedimientos específicos que se han simplificado debido a que el equipo utilizado se ha transformado notablemente, dando una mayor rapidez de operación.

Los métodos que describiremos a continuación resultan sumamente económicos y rápidos para levantamientos de terrenos relativamente grandes, tanto planos como muy accidentados; su precisión es relativamente baja, pero se justifica para ciertos trabajos por la rapidez con que se hace, los costos y el tiempo estarán en función del equipo, la extensión del terreno, las condiciones del mismo, la habilidad del observador etc. Estos trabajos son prácticamente desplazados por la fotogrametría cuando se trata de grandes extensiones.

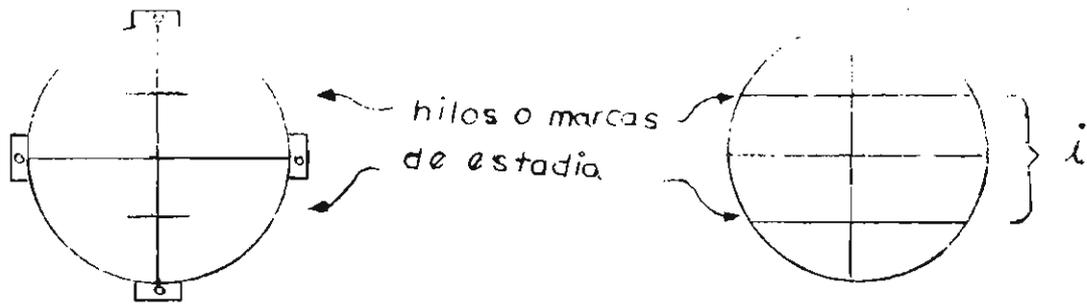
6.1.2. Los instrumentos que se emplean son:

Tránsito, plancheta, taquímetros autorreductores, teurómetros, distanciómetros electrónicos montados o integrados a un teodolito, teodolito de alta precisión y barra horizontal etc. Se emplean como elementos auxiliares gran variedad de miras verticales, balizas etc. ( Ternryd pp. 21, 43, 109, 138 a 140 ).

6.1.3. La estadia: es un telescopio provisto de dos marcas o hilos adicionales horizontales y equidistantes del hilo medio, uno arriba y otro abajo, reciben el nombre de hilos o marcas estadimétricas. La estadia forma parte de los levantamientos llamados taquimétricos ( medidas rápidas ) de amplia aplicación.

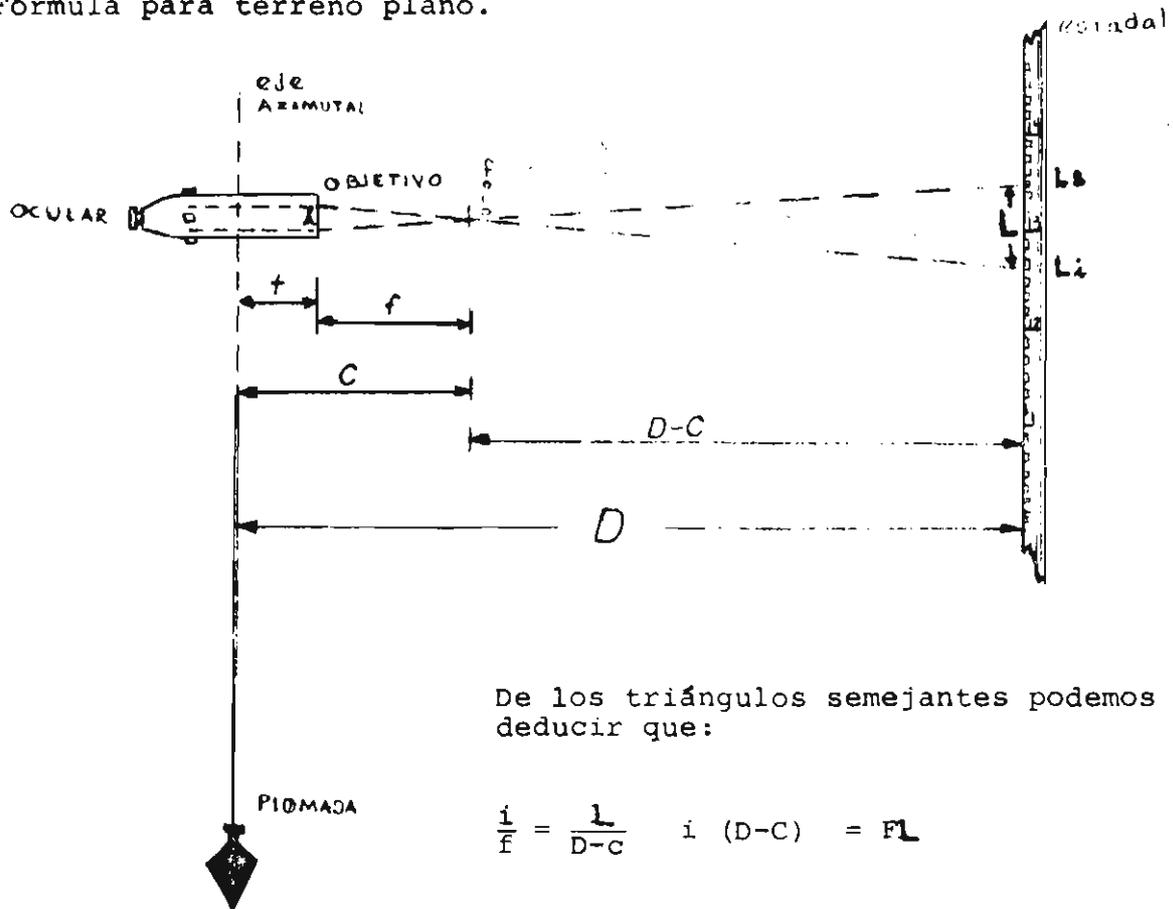
Métodos más usuales.

Con tránsito dotado de marcas estadimétricas y mira vertical, este método es uno de los más usuales y ventajosos, resulta sumamente económico y los trabajos, a pesar de tener poca precisión, son muy útiles.



Veamos el método partiendo de la deducción de sus fórmulas fundamentales:

Fórmula para terreno plano.



De los triángulos semejantes podemos deducir que:

$$\frac{i}{f} = \frac{L}{D-C} \quad i (D-C) = fL$$

$$D = \frac{fL}{i} + C \quad \text{ó} \quad D = \left(\frac{f}{i}\right) L + C$$

Si hacemos  $\frac{f}{i} = K$  constante; entonces

$$D = kL + c$$

en donde:

D = distancia entre la estación y el punto observado

L = intervalo de estadia =  $L_s - L_i$

f = distancia entre el objetivo y el foco

i = separación entre los hilos de estadia

t = distancia entre el eje azimutal y el objetivo

C = ( constante aditiva ) distancia del eje azimutal al foco que resulta de sumar dos cantidades t y f que son constantes en cada aparato.

K = ( constante multiplicadora ) es el cociente que resulta de dividir f sobre i también son magnitudes constantes para cada aparato.

D-C = distancia entre el foco y el estadal ( o punto observado )

L<sub>s</sub> = lectura superior

L<sub>m</sub> = lectura media

L<sub>i</sub> = lectura inferior

Determinación de las constantes C y K:

Es necesario establecer previamente el valor de las constantes de estadia para cada aparato aunque la mayoría de ellos viene dispuesto de tal forma que las constantes K y C tienen valores fijos de C = 0 y K = 100 si no se tiene este dato o hay duda, habrá que determinarlas mediante un procedimiento sencillo que es el siguiente:

La constante C.

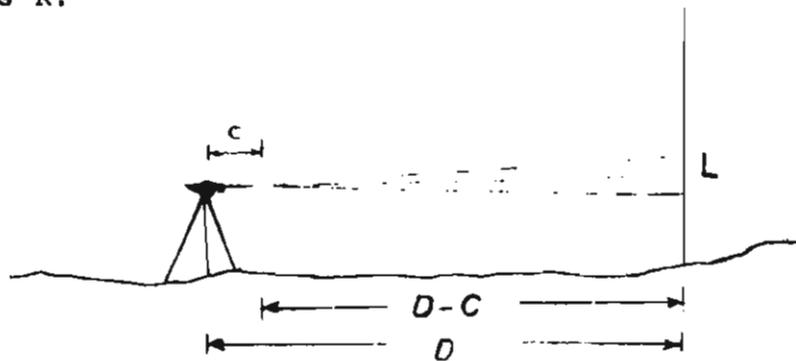
como vimos en la figura anterior la constante C resulta de sumar dos cantidades fijas que son t y f, las cuales se pueden medir directamente sobre el telescopio t es la distancia entre

el eje azimutal y el objetivo, y  $f$  es igual a la distancia entre los tornillos de calavera de la retícula y el objetivo.

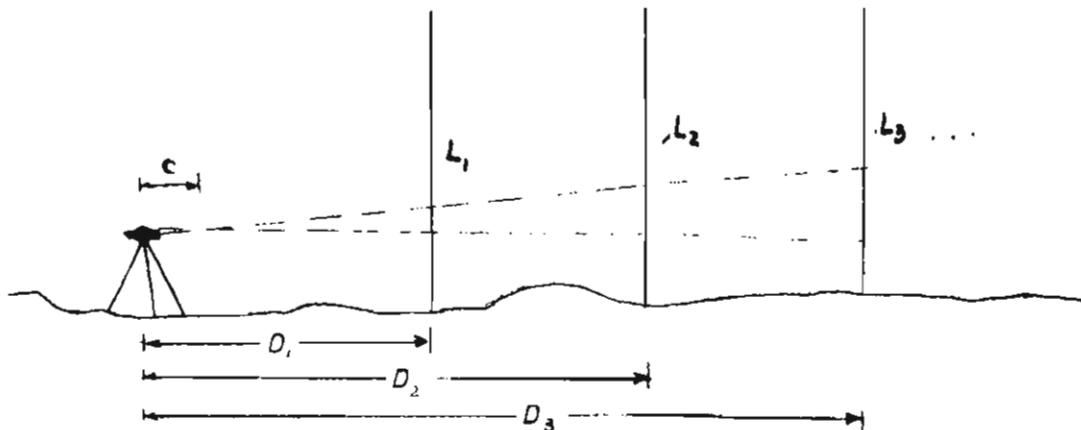
la constante  $K$ :

de la fórmula de la distancia, despejamos  $K = \frac{D-C}{L}$

de esta expresión conocemos la constante  $C$ , fijamos en un terreno sensiblemente plano, una distancia " $D$ " arbitraria entre el aparato y el estadal, leemos el intervalo de estadia y determinamos  $K$ .



Si tomamos " $N$ " lecturas en ' $n$ ' distancias obtendremos un promedio y por consecuencia una mejor aproximación del valor de  $K$ .



así:

$$K = \frac{(D_1 - C)}{L_1}$$

$$K = \frac{(D_2 - C)}{L_2}$$

⋮

$$K = \frac{(D_n - C)}{L_n}$$

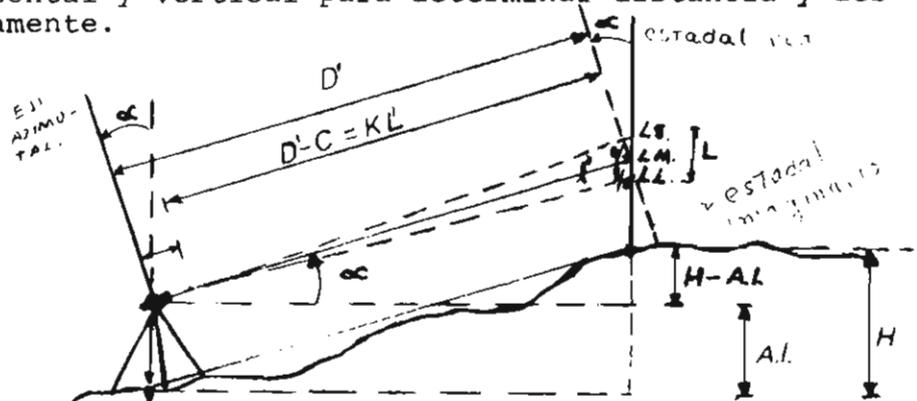
Sumando:

$$K = \frac{\sum(D - C)}{\sum L}$$

Se acostumbra hacer 3 ó 4 mediciones y las distancias se dan siempre en números redondos 30 m, 40 m, 50 m, etc., para facilitar el cálculo.

Fórmula para terreno inclinado:

Cuando hay que medir la distancia entre dos puntos con distintas elevaciones es necesario hacer consideraciones especiales pues, - en este caso, el telescopio no describe un plano horizontal con la línea de colimación, sino en plano inclinado en el cual interviene un ángulo vertical, de elevación o de depresión, como la visual es inclinada es necesario encontrar su proyección sobre los planos horizontal y vertical para determinar distancia y desnivel simultáneamente.

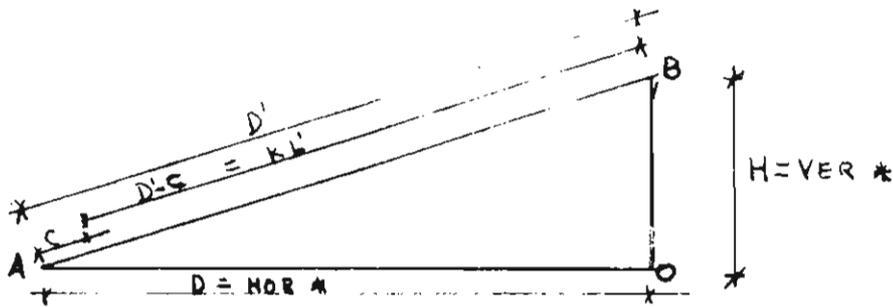


de la fórmula:

$$D = KL + C$$

$$KL = D - C$$

como se ve en la figura, la línea de colimación es paralela al plano horizontal antes de levantar la visual, al levantarla, la llevamos hasta leer en el estadal una altura igual a la altura del aparato con el fin de hacer que la línea de colimación y la que une a los puntos sean paralelas, el ángulo  $\alpha$  es el ángulo-



formado entre el plano horizontal y la línea de colimación, como el eje azimutal es perpendicular a la línea de colimación se desvía con respecto a la vertical también en un ángulo  $\alpha$  es por eso que en la deducción, imaginamos un estadal paralelo al eje azimutal y así:

$$KL' = D' - C \quad D' = KL' + C$$

como  $L' = L \cos \alpha$  entonces

$D' = KL \cos \alpha + C$  que es la hipotenusa del triángulo rectángulo A O B.

AO = cateto adyacente =  $D' \cos \alpha$  o sea:

$$D = D' \cos \alpha$$

sustituyendo  $D'$  tenemos finalmente

$$D = KL \cos^2 \alpha + C \cos \alpha \quad \text{que es la fórmula para calcular la distancia horizontal entre A y B.}$$

Para el cálculo del desnivel consideraremos el cateto opuesto O B al ángulo  $\alpha$  entonces:

$$\text{sen } \alpha = \frac{OB}{AB} = \frac{H}{D'}$$

$H = D' \text{ sen } \alpha$ ; sustituyendo  $D'$

$$H = KL \text{ sen } \alpha \cos \alpha + C \text{ sen } \alpha$$

si sabemos que  $\text{sen } \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \text{ sen } 2 \alpha$  entonces

$$H = \frac{1}{2} KL \text{ sen } 2 \alpha + C \text{ sen } \alpha \quad \text{que es la fórmula para calcular el desnivel entre A y B cuando A.I = Im de no ser así, usaríamos:}$$

$$H = \frac{1}{2} KL \operatorname{sen} 2\alpha + C \operatorname{sen} \alpha + (A.I. - L_m)$$

H = desnivel

D = distancia horizontal

D = distancia inclinada

\* L = intervalo de estadia real;  $L_s - L_i$

L' = intervalo de estadia imaginario

$\alpha$  = ángulo vertical

K = constante multiplicadora

C = constante aditiva

A.I. = altura de instrumento

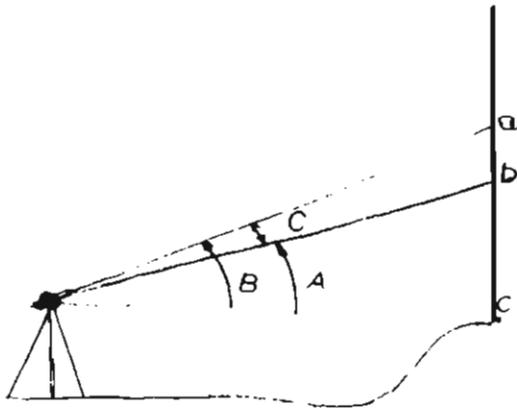
$L_m$  = Lectura en el estadal con el hilo medio

\* encabezado de las tablas de estadia

Método con tránsito sin marcas de estadia y mira vertical:

cuando no hay marcas estadiométricas se usa el método denominado de "dos punterías" y su procedimiento se describe a continuación:

Método de dos punterías



en la figura:

a = lectura superior en el estadal con el hilo medio.

b = lectura inferior en el estadal con el hilo medio.

c = intersección del plano del horizonte con la vertical en el punto donde se apoya el estadal.

A = ángulo vertical de la lectura inferior.

B = ángulo vertical de la lectura superior

C = Dif. entre B y A

L = intervalo o diferencia entre a y b.

considerando el triángulo rectángulo ocb, tendremos:

hipotenusa = ob

cateto opuesto = c b

cateto adyacente = o c ( distancia deseada )

oc = D = ob cos A ahora bien, si tenemos el triángulo a o b,  
por ley de senos:

$$\frac{o b}{\text{sen } a} = \frac{L}{\text{sen } c} \quad \text{despejando o b tenemos:}$$

$$ob = \frac{L \text{ sen } a}{\text{sen } c} \quad \text{pero } c = ( B-A ) \quad \text{sen } c = \text{sen } (B-A) \text{ y } \text{sen } a = \text{sen} \\ ( 90 - B )$$

entonces

$$o b = \frac{L \text{ sen } ( 90 - B )}{\text{sen } ( B - A )}$$

$$ob = \frac{L \cos B}{\text{sen } B \cos A - \text{sen } A \cos B}$$

sustituyendo en la ecuación correspondiente a la distancia nos queda  
que

$$D = \frac{L \cos A \cos B}{\text{sen } B \cos A - \text{sen } A \cos B} = e ( \cot B - \cot A )$$

o

$$D = \frac{L}{\tan B - \tan A}$$

para casos de terreno plano o donde el ángulo  $A = 7^\circ$  para nivelación trigonométrica, se toma  $\tan A = 0$  y entonces la expresión nos queda

$$D = \frac{l}{\tan B} \quad \text{o bien} \quad D = l \cot B$$

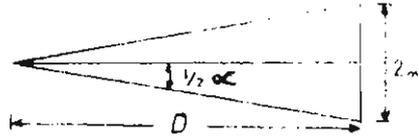
#### Método con barra horizontal invar:

se emplea una barra horizontal de 2 m. de longitud hecha de metal invar montada sobre un trípode, con un nivel circular en la base y una mirilla para orientar la barra, dos marcas equidistantes del centro de la barra o de eje vertical; algunos modelos poseen colimador vertical ( plomada óptica ) y otros usan plomadas tradicionales. La barra, por lo tanto, puede ser centrada y nivelada sobre un vértice de poligonal o sobre un punto intermedio, la precisión que se alcanza al determinar una distancia, estará en función de:

- a) la distancia entre la barra y el teodolito puede ser de un poco más de 500 m, como máximo, hasta 50m o menos se considera óptimo fijar tramos entre 50 y 100m., aproximadamente. La precisión puede ir de 1:850 hasta 1:20,000 o más, según las distancias dadas;
- b) el tipo de teodolito que se use para medir los ángulos;
- c) el método de lectura de ángulos y el número de veces que se lea y
- d) la pericia del observador, el estado del tiempo, condiciones del equipo, etc.



No importa si se trata de un terreno plano o inclinado, pues aun que se levante la visual lo que se mide es un ángulo horizontal y su proyección es:



Al quedar de frente al teodolito, la línea de colimación se apunta sobre la marca del centro de la barra y en ese momento son perpendiculares entre sí formando dos triángulos, como se ve en la figura anterior, por lo tanto:

$$\tan \frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{D} \quad ; \quad D = \frac{1}{\tan \frac{1}{2}\alpha} \quad \text{o} \quad D = \cot \frac{1}{2}\alpha$$

Otros métodos: con plancheta; con distanciómetros electrónicos-montados sobre teodolitos.

#### 6.1.4. Configuración de un terreno:

Curvas de nivel: son las líneas que resultan de la intersección de un plano horizontal y el terreno, se puede decir que una curva de nivel es el lugar geométrico de los puntos de igual cota o elevación.

Si se toman planos horizontales equidistantes que corten al terreno y proyectamos esa intersección sobre un plano, tendremos la representación del relieve del terreno.

Sus características principales son:

a) la distancia horizontal entre dos curvas es inversamente proporcional a la pendiente del terreno de manera que, mientras más inclinado sea el terreno, más se acercarán las curvas de nivel y si la pendiente es uniforme las curvas estarán equidistantes.

La pendiente puede calcularse exactamente si se conoce la equidistancia de los planos secantes y la distancia de una curva a otra. Estas medidas son los catetos de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa está formada por una línea inclinada del terreno comprendido entre las dos secciones.

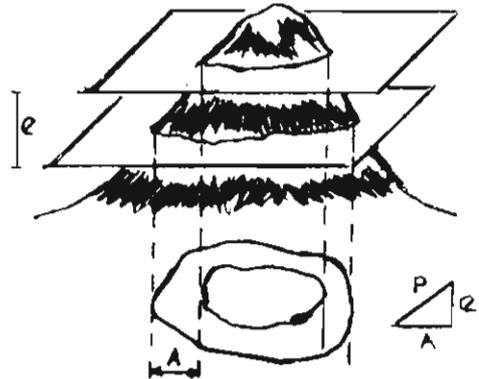
Si llamamos:

$e$  = equidistancia

$A$  = la separación de las curvas de nivel

se tendrá que:

$$P = \frac{e}{A}$$



b) Las curvas de nivel definen la morfología del terreno, es decir, por medio de las curvas de nivel se pueden conocer las condiciones del terreno.

c) Todas las curvas de nivel tienen la misma elevación en cualquiera de sus puntos.

d) Todas las curvas de nivel cierran.

e) Las cimas de los cerros se indican por curvas cerradas.

f) Las depresiones, hoyos o simas también se representan por curvas cerradas.

g) Las curvas de nivel nunca se cortan, sólo en el caso de una escarpadura en voladizo, o de un socavón.

h) Las curvas de nivel de una superficie plana son rectas paralelas.

i) Las laderas con pendiente uniforme se representan con curvas de nivel equidistantes.

- j) Las vaguadas o talwegs abren las curvas hacia el sentido del escurrimiento.
- k) Las divisorias o parteaguas cierran las curvas hacia dentro.
- l) Las curvas de nivel no se bifurcan.
- m) En los cortes verticales las curvas de nivel se confunden, pero no se pierden. véase Higashida ( pág.240 ).

Con un poco de experiencia y práctica, al observar un plano configurado con curvas de nivel se puede conocer e imaginar el terreno ---- como si se estuviera en el lugar.

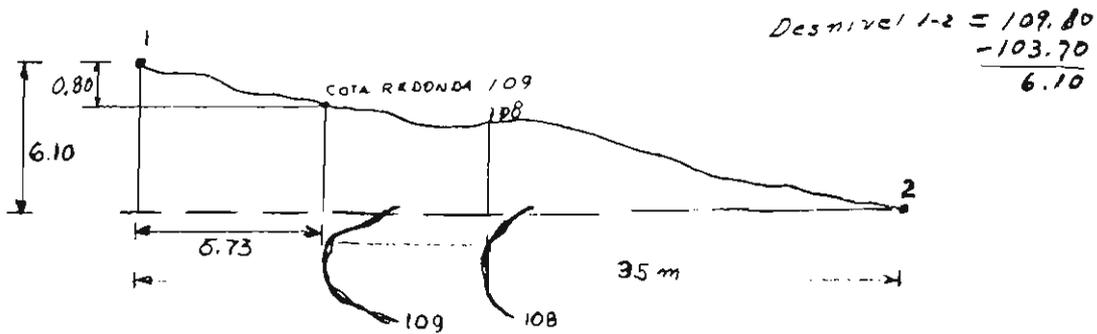
Trazo de las curvas de nivel: para dibujar curvas de nivel es necesario unir los puntos de igual cota, tratando de que la curva represente fielmente la intersección del plano horizontal - que corta al terreno ( plano secante ). Para poder trazar con más confianza las curvas se recomienda visualizar previamente - el terreno o contar con un croquis aproximado.

Para trazar curvas de nivel es necesario encontrar los puntos - que se llaman de "cota redonda" sobre la recta que une dos puntos de cota o elevación conocida mediante una interpolación que puede ser:

- a) Interpolación aritmética, es la más precisa aunque muy lenta, pues para cada punto se establecen proporciones entre la distancia y el desnivel como se ve a continuación.

Si se tiene los puntos: 1 y 2 de cotas

109.80 y 103.70 respectivamente y la distancia que los separa es de 35 m.

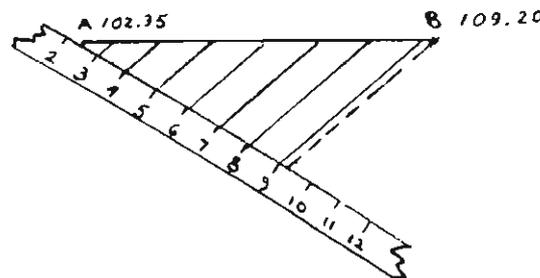


si en 35 m de distancia hay 6.10 m de desnivel; qué distancia corresponderá a 0.80, que es la diferencia de nivel entre la cota del punto 1 y la primera cota redonda:

$$\frac{35}{6.10} = \frac{x}{0.80} ; \quad x = \frac{35 \times 0.80}{6.10} = 5.73 \text{ m}$$

De igual forma continuamos con el cálculo para, posterior - mente, unir todos los puntos de "cota redonda" según la equi - distancia fijada previamente entre curvas de nivel.

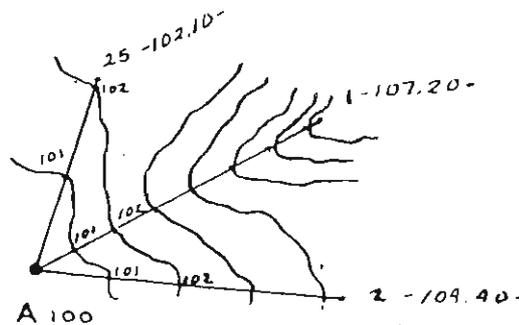
- b) interpolación gráfica, cuando la cantidad de puntos por - interpolarse es demasiado grande no funciona la interpola - ción matemática se usa entonces el siguiente procedimien - to que da una aproximación aceptable: si se tienen dos - puntos A, B de cotas 102.35 y 109.20, respectivamente, - si se ha pensado en una separación entre curvas de 1 m, - tendremos que localizar en la recta los puntos de cota - 103, 104, 105, 106, 107, 108 y 109; tomando un escalí - metro y con una escala adecuada, hacemos coincidir un pun - to con la marca correspondiente a la elevación del mis - mo; con respecto al punto A hacemos coincidir la regla - graduada, con una abertura determinada, hasta hacer coin - cidir la marca correspondiente a la cota de B en la regla - con la perpendicular bajada desde B, luego se unen todas - las marcas "redondas" con sus correspondientes sobre la - línea A B.



Se puede trazar también una recta auxiliar con divisiones en tantas partes iguales como curvas ( de cota redonda ) se deseen trazar, o sea, se divide un segmento de recta en  $n$  partes iguales a partir de un punto estimado de cota redonda. Existen equipos de dibujo, como los isógrafos, que facilitan el trazado de curvas. Otros métodos menos recomendables, pero que se llegan a usar cuando la precisión no es grande, son:

- c) interpolación estimada, se hacen cálculos mentales con un criterio suficiente y conociendo muy bien el terreno y se estiman los puntos por donde han de pasar las curvas de nivel. También cuando se tiene una gran cantidad de puntos que por la escala del dibujo quedan demasiado cerca unos de otros.
- d) mediante una liga de goma, en la cual se hacen suficientes marcas equidistantes, se une cualquiera de ellas con un punto estimado ( o calculado aritméticamente ) de cota redonda, se estira la liga hasta el otro extremo de la recta sobre otro punto de cota redonda y las marcas intermedias corresponderán a los puntos de cota redonda deseados.

El criterio para seleccionar la separación entre curvas y los procedimientos de campo a seguir son: el objetivo que se persiga; las condiciones del terreno; y extensión del terreno.



En ocasiones se acostumbra indicar en cada curva su elevación correspondiente, pero es recomendable el uso de "curvas maestras" con líneas de mayor espesor cada determinado número de curvas, cada 5 m, cada 10 m, etc.

Terminología usual en planos de configuración: cuando la forma de una montaña aislada en medio de una llanura se acerca más o menos a la de un cono cuyo vértice, lados y base reciben el nombre de cima, francos o vertientes y falda o pie.

La distancia vertical de la cima al llano es la altura relativa y su distancia a la superficie del océano su altura absoluta.

Las prominencias o elevaciones, se distinguen con diversas de nominaciones, se les llama colinas o lomas; las lomas son las prominencias que tienen pendiente muy suave. A las prominencias muy grandes, de mucha altura, se les llama cerro o montaña.

Se llama mesa a la cima de una montaña sensiblemente horizontal, de manera que forme una llanura elevada; si termina en punta se denomina punta o picacho.

El declive de las vertientes o flancos no es uniforme nunca, se le llama ladera a la parte en que la pendiente es suave.

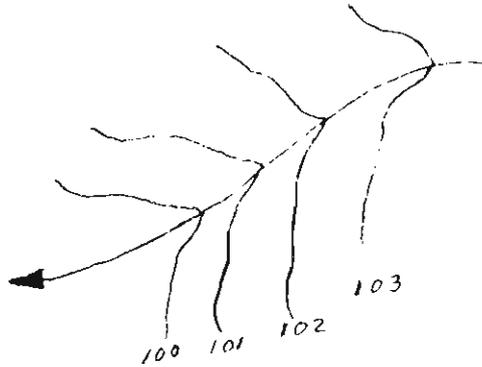
Muy pocas veces se encuentran montañas aisladas de un conjunto, por lo general forman parte de cordilleras o sierras.

Entre dos cadenas de montañas quedan espacios que pueden recibir el nombre de: valle, cañada, desfiladero, barranca.

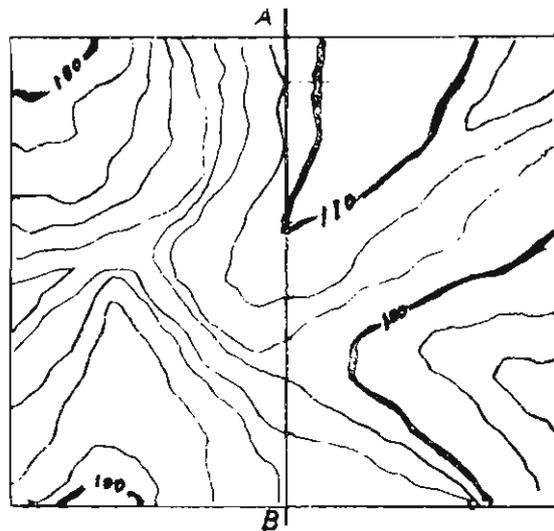
Estos nombres, más que a la forma, se refieren a las dimensiones de dichos espacios.

Se llama valle cuando el espacio es ancho y sensiblemente plano. Cañada si el espacio es estrecho y formado por vertientes de mayor declive. Desfiladero o garganta, cuando es muy estrecho y las vertientes que forma tienen mucha pendiente. Barranca cuando, además de ser estrecho, tiene poca longitud y las pendientes cercanas son muy escarpadas. Se le llama thalweg a la línea de intersección de dos montañas o también línea de unión de las aguas, es una línea que se define por el escurrimiento de éstas.

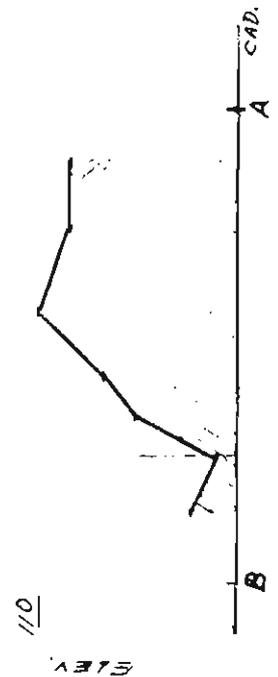
Un thalweg principal que recibe los secundarios que provienen de cañadas o de las barrancas, forman con ellos ramificaciones y es interesante su configuración ya que la curva de nivel se abre en dirección de la corriente.



La línea de parteaguas es la parte más alta de una cuenca.  
Ejemplo de configuración.



Secciones de planos configurados.



Con un plano configurado se puede obtener el perfil en una determinada dirección.

Sea el eje A-B, para poder obtener el perfil se bajan las proyecciones de los puntos, indicando la altura a escala, de esto resulta que se obtenga un perfil o sección en la dirección de cada línea eje, en la figura se tiene la vista vertical desde un extremo, pero bien puede obtenerse sobre cualquier lado.

Si únicamente es necesario el conocimiento de un perfil para - realizar algún proyecto, como en el caso de una cortina, se - puede estudiar la sección para conocer las características del terreno.

En la parte inferior de la figura se tiene un perfil sobre la línea A-B, obtenido directamente de las curvas de nivel.

Las elevaciones se miden a partir de un plano datum y marcando se las alturas sobre las proyecciones.

Como es fácil deducir, la representación del terreno por medio de curvas de nivel permite proyectar y realizar obras como presas, carreteras, canales, sistemas de riego, etc.

## 6.2. Determinación de valores mediante el cálculo.

6.2.1. Distancias y desniveles por medio de las fórmulas de estadia y por medio de ábacos y reglas de cálculo. ( Ver Higashida, pp. 252 a 256 ).

6.2.2. El cálculo de los errores angular y lineal para poligonal hechas con estadia se hace igual que para poligonales hechas por otros métodos y la compensación se realiza también siguiendo la regla del tránsito, excepto en el caso de poligonales muy extensas donde se aplica otro sistema de compensación ( véase, Higashida pp. 261 a 266 ) que, aunque no forma parte de este curso, es importante conocerlo.

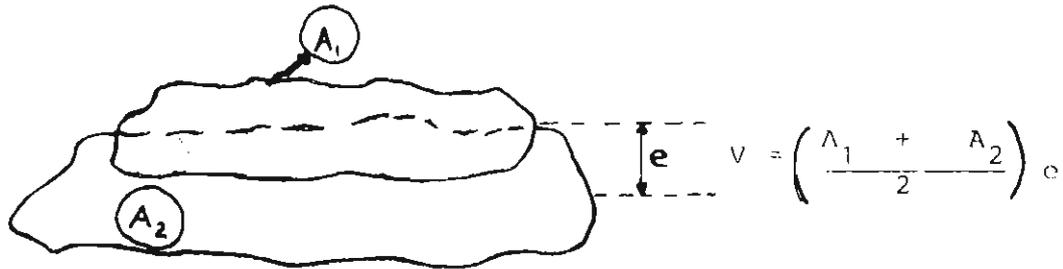
6.2.3. Las áreas se determinan mediante cuadrículas y seccionado las curvas en figuras geométricas regulares, pero principalmente mediante el uso del planímetro ya descrito en capítulos anteriores.

### Volúmenes por medio de planos de nivel.

Cuando se tienen curvas de nivel de un plano configurado se determina el área entre dos secciones de las curvas de nivel, posteriormente entre otras dos y se va sumando el volumen.

El área puede obtenerse por medios mecánicos usando un planímetro, o simplemente calculando por cualquier método topográfico conocido.

El volumen está dado de una manera aproximada por:



#### 6.2.4. Nociones sobre curva horizontal simple y vertical-parabólica ( cadenas especiales ).

Sobre un plano de configuración es posible proyectar varias obras de ingeniería tales como :

Conjuntos habitacionales, aeropuertos, parques públicos, presas, canales, diversos sistemas de riego, drenaje, líneas eléctricas, de teléfono, oleoductos, vías férreas, carreteras, etc.

El tema que nos ocupa tiene aplicaciones directas sobre las dos últimas : vías férreas y carreteras, dadas las características del curso enfocaremos el tema de la siguiente manera :

1. Exposición en clase. El profesor dará una idea más completa del proyecto geométrico de un camino en todas sus fases : líneas preliminares, curvas, perfil secciones transversales, subrasantes, áreas, volúmenes, curva masa y de manera meramente informativa, las líneas compensadoras, el drenaje y movimiento de tierra.
2. En estas notas se desarrollan sólo los temas de curva horizontal simple y vertical parabólica.
3. El alumno deberá consultar los libros : Topografía general del Ing. Sabro Higashida ( 5a. parte pág. 313 ) y el manual de Proyecto geométrico de carreteras de la S.A.H.O.P. ( varias páginas ).

4. Como consecuencia de los 3 puntos anteriores el alumno podrá desarrollar un trabajo completo sobre un plano de configuración, haciendo un camino sencillo para que le ilustre y le haga ejercitar todos los conocimientos adquiridos.

#### CURVA HORIZONTAL SIMPLE :

Las curvas se emplean para enlazar los tramos rectos del trazo de una carretera, canal o vía de ferrocarril.

Se clasifican en curvas horizontales simples, compuestas inversas y de transición o espirales.

Las curvas horizontales simples son las más frecuentes y se usan para caminos y canales (fig. 6.1 ). Las compuestas e inversas, también se utilizan para caminos y canales pero solo en casos muy especiales (Figs. 6.2 y 6.3 ).

Curvas espirales o de transición se emplean en ferrocarriles - (fig. 6.5).

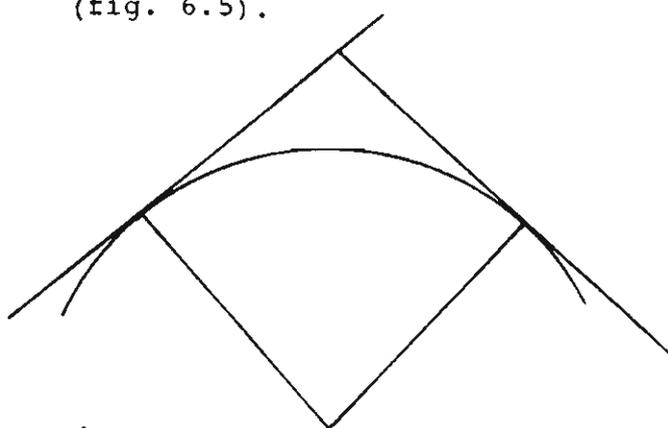


fig. 6.1

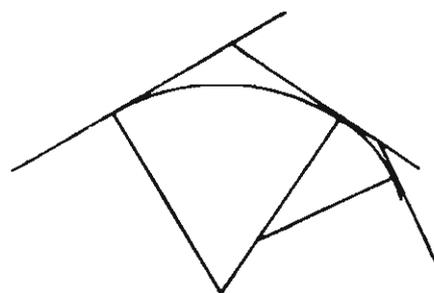


fig 6.2

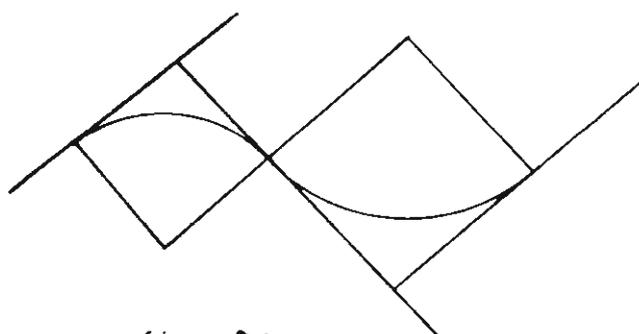


fig. 6.3

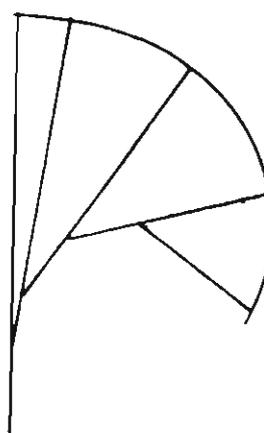


fig. 6.5

A las curvas horizontales simples podemos distinguirlas : por su radio o por su grado de curvatura.

Por su radio : Si hacemos varios círculos tangentes a las rectas vemos cual es el adecuado (fig. 6.6 ), ya que a menor radio la curva es más forzada y a mayor radio la curva es más tendida, el radio, "R", se elige de acuerdo a las especificaciones del caso, tipo de camino, vehículos, velocidad, etc. con éste y el ángulo de deflexión que forman las dos rectas tangentes, podemos calcular todos los elementos de la curva como veremos más adelante.

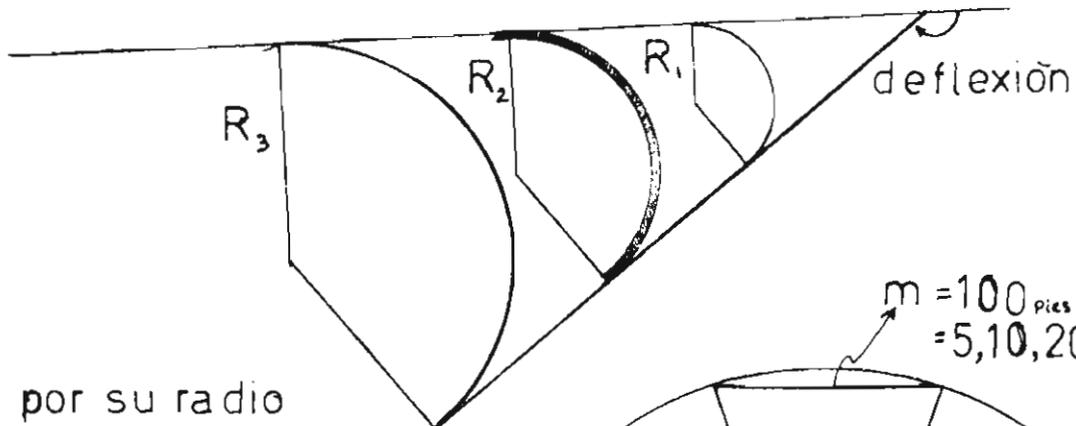
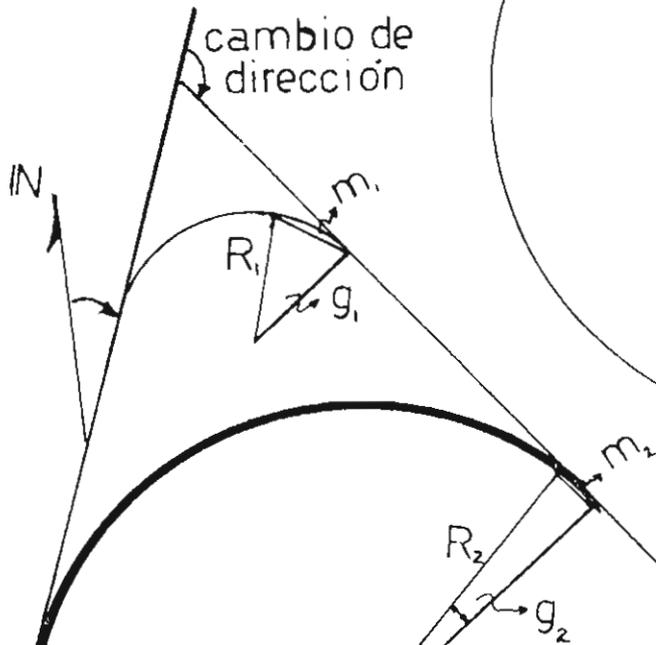
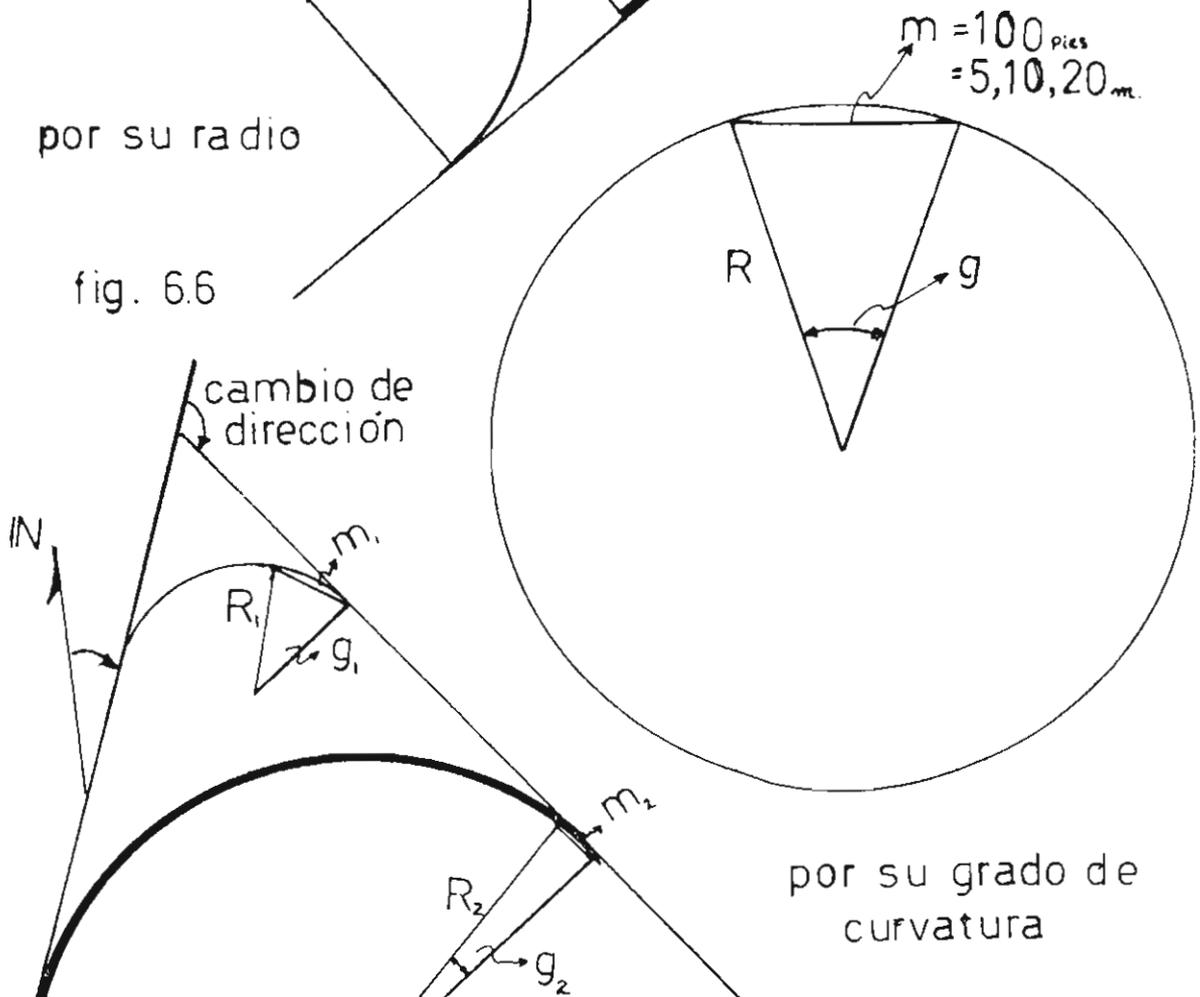


fig. 6.6



figs. 6.7

Por su grado de curvatura:

Se da el nombre de grado de curvatura en una curva circular al ángulo que subtiende una cuerda de 20 m. llamada cadenamiento o cuerda unitaria; estas cuerdas unitarias pueden ser de 5, 10 ó 20 m, según el proyecto de que se trate. En México lo más usual es la de 20 m. y en Estados Unidos es la de 100 pies.

Este ángulo como se ve, al aumentar o disminuir de tamaño hace más forzada o más suave una curva y dependerá del proyecto en cuestión que se elija el rango de variación del "grado de curvatura" dentro de las especificaciones para canales, caminos o ferrocarriles también, al igual que con el radio "R", conociendo el valor de "g" ( grado de curvatura ) podemos conocer los demás elementos de la curva.

Nomenclatura y Deducciones de los elementos de la curva.

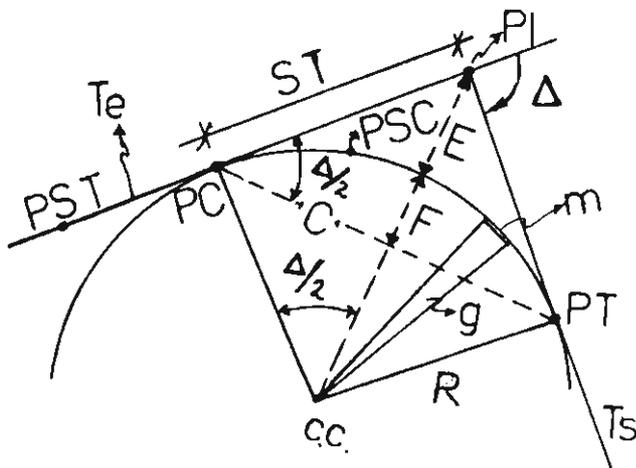
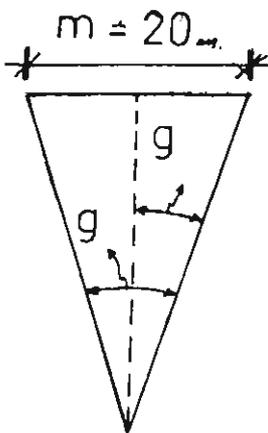


fig. 6.8



- PC = Punto de comienzo de la curva.
- PI = Punto de intersección.
- PT = Punto final ( punto de tangencia ).
- Te = Tangente de entrada.
- Ts = Tangente de salida.
- PST = Punto sobre la tangente.
- PSC = Punto sobre la curva.
- ST = Sub-tangente
- R = radio
- $\Delta$  = ángulo de deflexión. ,
- C = cuerda principal.
- m = cuerda unitaria.
- g = grado de curvatura.
- E = Externa.
- F = Flecha.

C.C. = Centro de la circunferencia.

Lc = Longitud de la curva.

n = Número de cuerdas unitarias.

### FÓRMULAS.

$$1. \frac{10}{R} = \text{sen } g/2 \quad \dots \quad g = 2 \text{ ang } \text{sen } \frac{10}{R}$$

$$2. \quad ; \quad R = \frac{10}{\text{sen } g/2}$$

$$3. \frac{ST}{R} = \tan \Delta/2 \quad \Delta = 2 \text{ ang } \tan \frac{ST}{R}$$

$$4. \quad R = ST \cot \Delta/2 ; \quad ST = R \tan \Delta/2.$$

$$5. \frac{R + E}{ST} = \text{sen } \Delta/2 ; \quad R + E = ST \text{ sen } \Delta/2$$

$$E = ( ST \text{ sen } \Delta/2 ) - R$$

$$6. \frac{E + F}{ST} = \text{sen } \Delta/2 ; \quad F = ( ST \text{ sen } \Delta/2 ) - E$$

$$7. \quad C = 2 R \text{ sen } \Delta/2$$

$$8. \frac{\Delta}{g} = n \quad \dots \quad Lc = n m \\ = n \times 20.$$

$$9. \quad \Delta = ng; \quad = g' + g + g + \dots + g + g''$$

Trazo de la curva horizontal simple.

Métodos :

- Por coordenadas polares ( por deflexiones ) caso general.
- Por coordenadas rectangulares.
- Por tangentes auxiliares
- Por desviaciones o cuerdas secantes sucesivas.
- Por método de las abscisas.

Por coordenadas polares :

Cuando PI es accesible ( caso general ) se puede trazar la curva desde PC a PT. Son necesarios al menos 3 elementos de la curva para su cálculo, cualquier otro dato sería superabundante, conociendo 1.-  $\Delta$  , g, PI 2.-  $\Delta$  , g, PC 3.-  $\Delta$  , g, PT 4.-  $\Delta$  , R, PI, Etc. con esos datos mínimos hay que calcular todos los elementos. Si trazamos desde PC, el ángulo PI-PC-PT que es  $1/2 \Delta$  y a su vez  $\Delta = g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n$  según se ven la figura es posible que la curva tenga un número exacto de cuerdas unitarias y en este caso se trazarían las cuerdas con deflexiones a partir del lado PC-PI, sumándose  $g/2 + g/2 + \dots + g_n/2 = \Delta/2$ . Pero si PC no cae en un cadenamiento completo o cerrado ( 1 + 120 1 + 140 ... etc ) tendríamos entre el PC y el primer punto de la curva una cuerda fraccionaria y el ángulo que la subtiende será diferente de g; si a PC le agregamos la longitud de la curva LC tenemos para PT un cadenamiento incompleto de forma que entre el último punto de la curva y PT tenemos otra cuerda fraccionaria, es decir tendríamos unos sub-grados g' y g'' respectivamente y así nuestras deflexiones se sumarían  $g'/2 + g/2 + g/2 + \dots + g/2 + \dots + g''/2 = \Delta/2$ .

Supongamos :

PC; cadenamiento 1 + 627.35

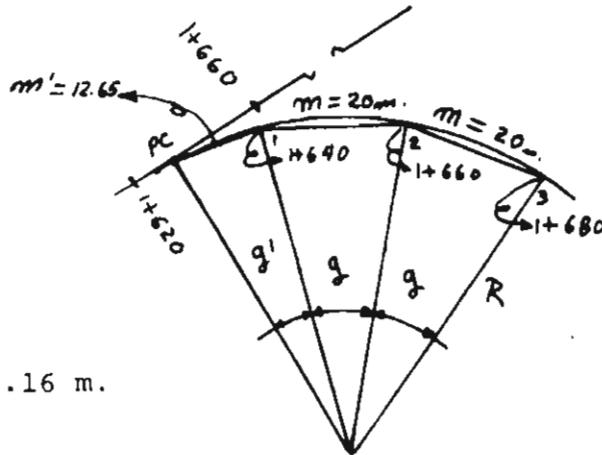
Cadenamiento del  
1er. punto sobre  
la curva.

$$\frac{1 + 640.00}{12.65}$$

Cuerda fraccionaria

PC + LC = PT si LC = 181.16 m.

$$\begin{aligned} \text{PC} &= 1 + 627.35 \\ + \text{LC} &= \underline{181.16} \\ \text{PT} &= 1 + 808.51 \end{aligned}$$



Último punto sobre la curva ;	1 + 800.00
cadenamiento del PT	$\frac{1 + 808.51}{8.51}$

cuerda fraccionaria

y si  $g = 9^\circ$  entonces

$$\frac{g}{m} \quad \text{grado de curvatura por cuerda unitaria}$$

cuerda unitaria = 20 m.

$$\frac{g'}{m'} \quad \text{sub grado por cuerda fraccionaria}$$

cuerda fraccionaria = 12.65 m.

$$\frac{g}{m} = \frac{g'}{m'} \quad g' = \frac{g \cdot m'}{m} = \frac{9^\circ \times 12.65 \text{ m.}}{20 \text{ m}} = 5^\circ.6925$$

$$\frac{g}{m} = \frac{g''}{m''} \quad g'' = \frac{g \cdot m''}{m} = \frac{9^\circ \times 8.51 \text{ m.}}{20 \text{ m}} = 3^\circ.8295$$

y de esta forma :

$$\Delta/2 = g'/2 + g/2 + \dots g/2 + g/2 \dots g''/2$$

$$\Delta/2 = \frac{5^\circ 41' 33''}{2} + 9^\circ/2 + 9^\circ/2 + \dots 9^\circ/2 + \dots + \frac{3^\circ 49' 46''.2}{2}$$

$$\Delta/2 = 2^\circ 50' 46''.5 + 4^\circ 30' + 4^\circ 30' + \dots + 1^\circ 54' 53''.1$$

con los ángulos de deflexión ya sea partiendo de un origen de  $0^\circ 0'$  o con un azimut conocido podemos fijar los puntos sobre la curva, correspondiendo cada uno a una estación de cadenaamiento cerrado. En el siguiente ejemplo se verá con más claridad :

Ejemplo :

Calcular las deflexiones o variaciones angulares de cada cuerda y los cadenamientos correspondientes de la curva horizontal simple cuyos datos son :

$$\Delta = 75^\circ$$

$$g = 3'$$

$$PI = \text{cadenamiento } K 5 + 327.48$$

1er. :

Cálculo del número de cuerdas unitarias

$$n = \frac{\Delta}{g} = \frac{75^\circ}{9^\circ} = 8.333$$

2ª Longitud de la curva

$$L_c = n \times m = 8.333 \times 20 \text{ m} = 166.666 \text{ m.}$$

3ª cálculo del radio :

$$R = \frac{10 \text{ m}}{\text{sen } g/2} = \frac{10 \text{ m}}{\text{sen } 4^\circ 30'} = 127.455 \text{ m}$$

4ª cálculo de la sub-tangente

$$ST = R \tan \frac{\Delta}{2} = 127.455 (\tan 37^\circ 30') = 97.799 \text{ m.}$$

5ª cálculo del cadenamiento de PC

$$PI = K 5 + 327.480$$

$$-ST = \frac{97.799}{}$$

$$PC = K 5 + 229.681$$

6ª cálculo del cadenamiento de PT

$$PC = K 5 + 229.681$$

$$+ L_c = \frac{166.666}{}$$

$$PT = K 5 + 396.347$$

7ª cálculo de las cuerdas fraccionarias

primera cuerda m' :

$$PC = K 5 + 229.681$$

$$PSC_1 = \frac{K 5 + 240.000}{10.319}$$

$$m' =$$

Última cuerda m''

$$PT = K 5 + 396.347$$

$$PSC_n = \frac{K 5 + 380.000}{16.347}$$

$$m'' =$$

8ª cálculo de los ángulos que subtienden a las cuerdas fraccionarias  $g'$  y  $g''$ .

$$\frac{m}{g} = \frac{m'}{g'} ; \frac{20 \text{ m}}{9^\circ} = \frac{10.319 \text{ m.}}{g'} \quad \dots \quad g' = 4^\circ 38' 37''$$

$$g'/2 = 2^\circ 19' 18''$$

$$\frac{m}{g} = \frac{m''}{g''} ; \frac{20 \text{ m}}{9^\circ} = \frac{16.347 \text{ m.}}{g''} \quad \dots \quad g'' = 7^\circ 21' 22''$$

$$g''/2 = 3^\circ 40' 41''$$

9ª cálculo de las deflexiones :

PUNTO	CADENAMIENTO	DEFLEXIÓN	NOTAS
PC	K 5 + 229.722	0°0' 0"	
1	K 5 + 240	2°19'18"	
2	K 5 + 260	6°49'18"	
3	K 5 + 280	11°19'18"	
4	K 5 + 300	15°49'18"	
5	K 5 + 320	20°19'18"	
6	K 5 + 340	24°49'18"	
7	K 5 + 360	29°19'18"	
8	K 5 + 380	33°49'18"	$\Delta/2 = 37^\circ 30'$ la dif. se
PT	K 5 + 396.388	37°29'59"	debe al manejo de cifras decimales.

10ª Trazo de la curva :

desde PC, poniendo el círculo horizontal en 0°0' se dirige una visual a PI. Se trazan los ángulos calculados y las cuerdas fraccionarias y unitarias.

También visando algún punto anterior a PC se invierte el telescopio ( vuelta de campana ) y se trazan las deflexiones o los azimutes según el caso. Con las distancias calculadas se van formando las coordenadas polares

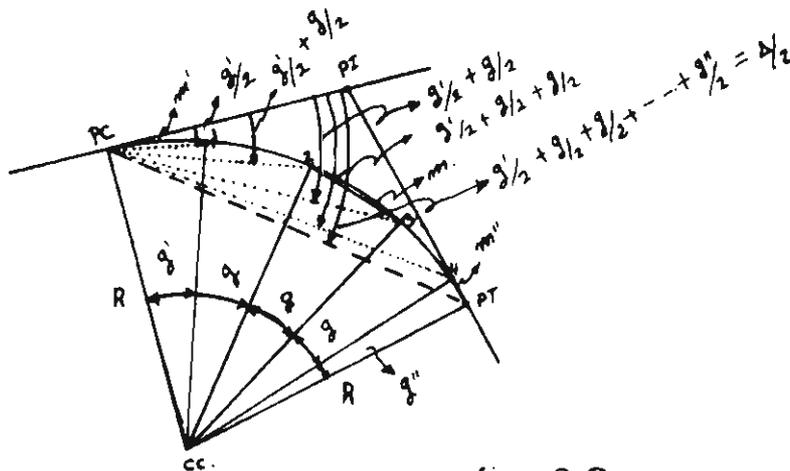


fig. 6.9

Método por coordenadas rectangulares.

Para localizar los puntos de la curva por coordenadas rectangulares se usa una de las subtangentes como eje de las abscisas, levantando perpendiculares en cada punto de este eje, cuyo origen puede ser PC o PT, encontramos las correspondientes ordenadas. En ocasiones, dado lo forzado de las curvas, éstas se trazan utilizando las dos subtangentes.

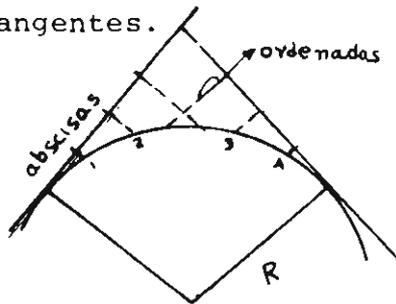
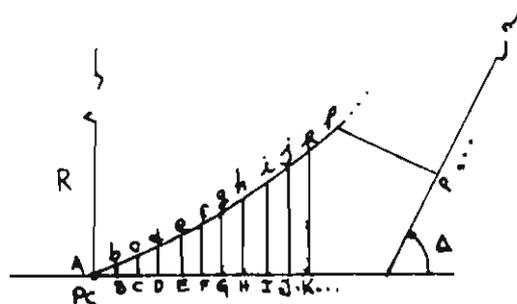


fig. 6.10



Sean los puntos B, C, D ( sobre el eje de las abscisas ) colocados según criterio del trazador y las distancias  $\overline{Bb}$ ,  $\overline{Cc}$ ,  $\overline{Dd}$ , etc. ( ordenadas ) las calculadas mediante las expresiones siguientes:

$$\overline{Bb} = R - \sqrt{R^2 - \overline{AB}^2}$$

$$\overline{Cc} = R - \sqrt{R^2 - \overline{AC}^2}$$

$$\overline{Dd} = R - \sqrt{R^2 - \overline{AD}^2}$$

de la figura 6.11

tenemos :

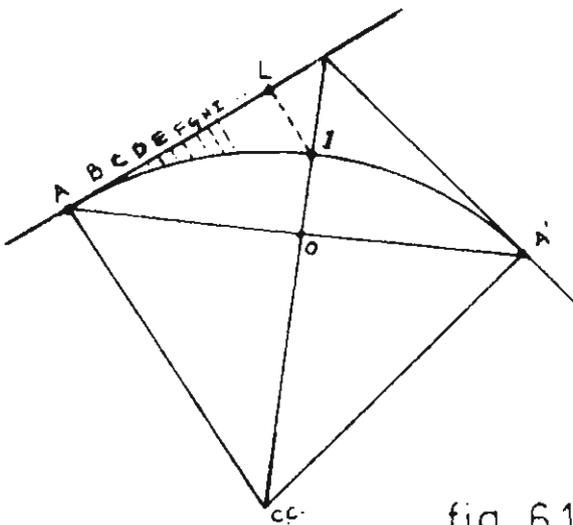


fig. 6.11

- i** = punto central de la curva
- oI** = flecha para calcular ordenada al punto medio de la curva, es decir  $\overline{LI}$ , usaremos:

$$\overline{LI} = \overline{oI} = R \left( 1 - \cos \frac{\Delta}{2} \right)$$

desde luego la abscisa será siempre igual a la mitad de la cuerda principal  $\overline{AA'}$  o sea  $\frac{Pc \ Pt}{2}$  por lo tanto :

$$\overline{AL} = \overline{AO} = R \operatorname{sen} \frac{\Delta}{2}$$

Trazo por tangentes auxiliares

Si el PI es inaccesible y la curva es fuerte se utiliza el sistema de tangentes auxiliares. Según la fig. 6.12 tenemos que : las tangentes auxiliares AB, Aa dividen la curva en cuerdas subtendidas por igual grado, así el arco  $\widehat{A12}$  tiene PI en B y el arco  $\widehat{A1}$  tiene su PI en a entonces :

$$AB = R \tan \frac{\Delta}{4}$$

$$AB = Bc = CD = DE \text{ y}$$

$$Aa = R \tan \frac{\Delta}{8}$$

$$Aa = a1 = 1b = b2$$

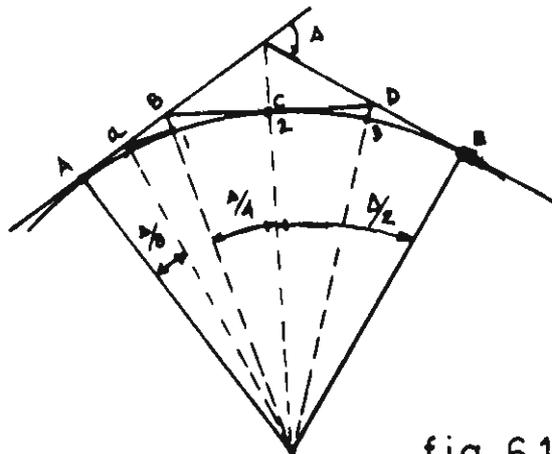


fig.6.12

Se acostumbra trazar 1/2 curva desde PC y 1/2 curva desde Pt para evitar errores por cambio de aparato.

Trazo mediante cuerdas sucesivas : cuando no es posible trazar desde PC o PT por deflexiones o coordenadas polares debido a problemas de visibilidad procedemos a trazar los arcos  $y_0, y_1, y_2, y_3 \dots$  etc.

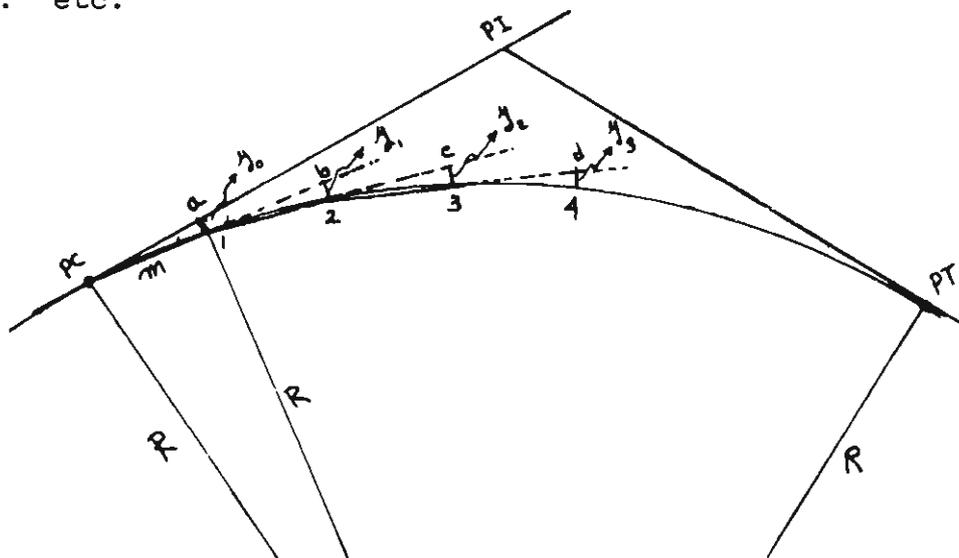


fig.6.13

como se ven en la figura 6.13.

$$Y_0 = \frac{m^2}{4R}$$

$$Y_1 = \frac{m^2}{2R}$$

etc.

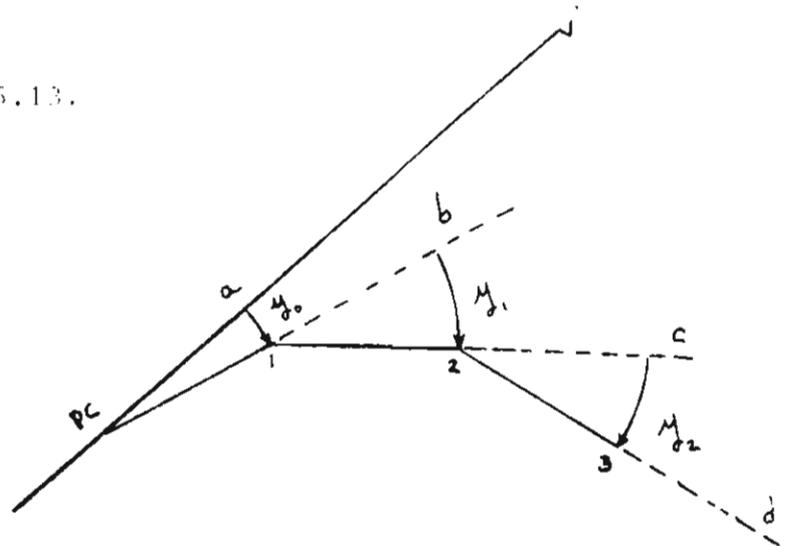


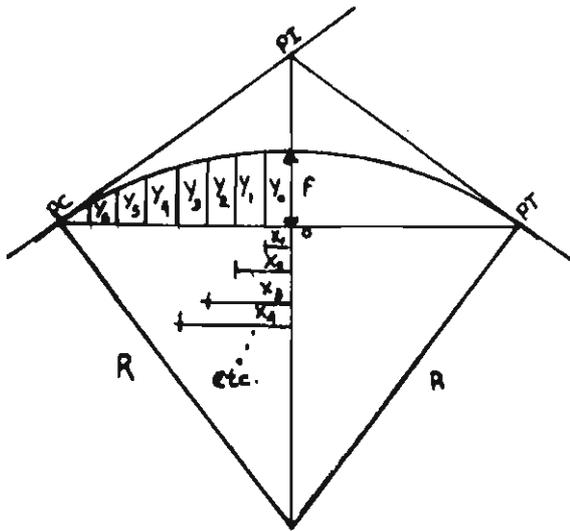
fig. 6.13

Se selecciona una cuerda unitaria conveniente "m"  $\overline{PC1}$ ,  $\overline{12}$ ,  $\overline{23}$ ,  $\overline{34}$ , ... etc. prolongando los lados  $\overline{PC1}$  hasta b,  $\overline{12}$  hasta c,  $\overline{23}$  hasta d, etc. haciendo  $\overline{PC1} = \overline{1b}$ ,  $\overline{12} = \overline{2c}$ ... etc. pudiendo trazarse con cinta desde los puntos a,b,c... etc los arcos de círculo  $Y_0$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$ ...  $Y_m$  calculados previamente.

Nótese que el primer arco es igual a la mitad de los subsecuentes.

Trazo por el método de las abscisas y las ordenadas sobre la cuerda principal.

Teniendo PI, PC, y PT se mide o se calcula la cuerda principal  $\overline{PCPT}$ . Se determina el punto medio y a partir de éste, a la derecha y a la izquierda, las abscisas  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ ... etc. espaciadas con distancias iguales en forma conveniente y sobre cada  $X$  levantaremos perpendicularmente las  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$ ... etc. cuya solución, según la geometría de la circunferencia, es la siguiente :



$$\text{Cuerda} = \overline{PCPT} = 2 R \operatorname{sen} \frac{\Delta}{2}$$

$$\text{Flecha} = f = R \operatorname{sen} \frac{\Delta}{2} \tan \frac{\Delta}{4}$$

o sea :

$$f = \overline{PCPT} \tan \frac{\Delta}{4}$$

También tenemos que

$$y_n = f - \left( R - \sqrt{R^2 - x_n^2} \right)$$

o en forma aproximada

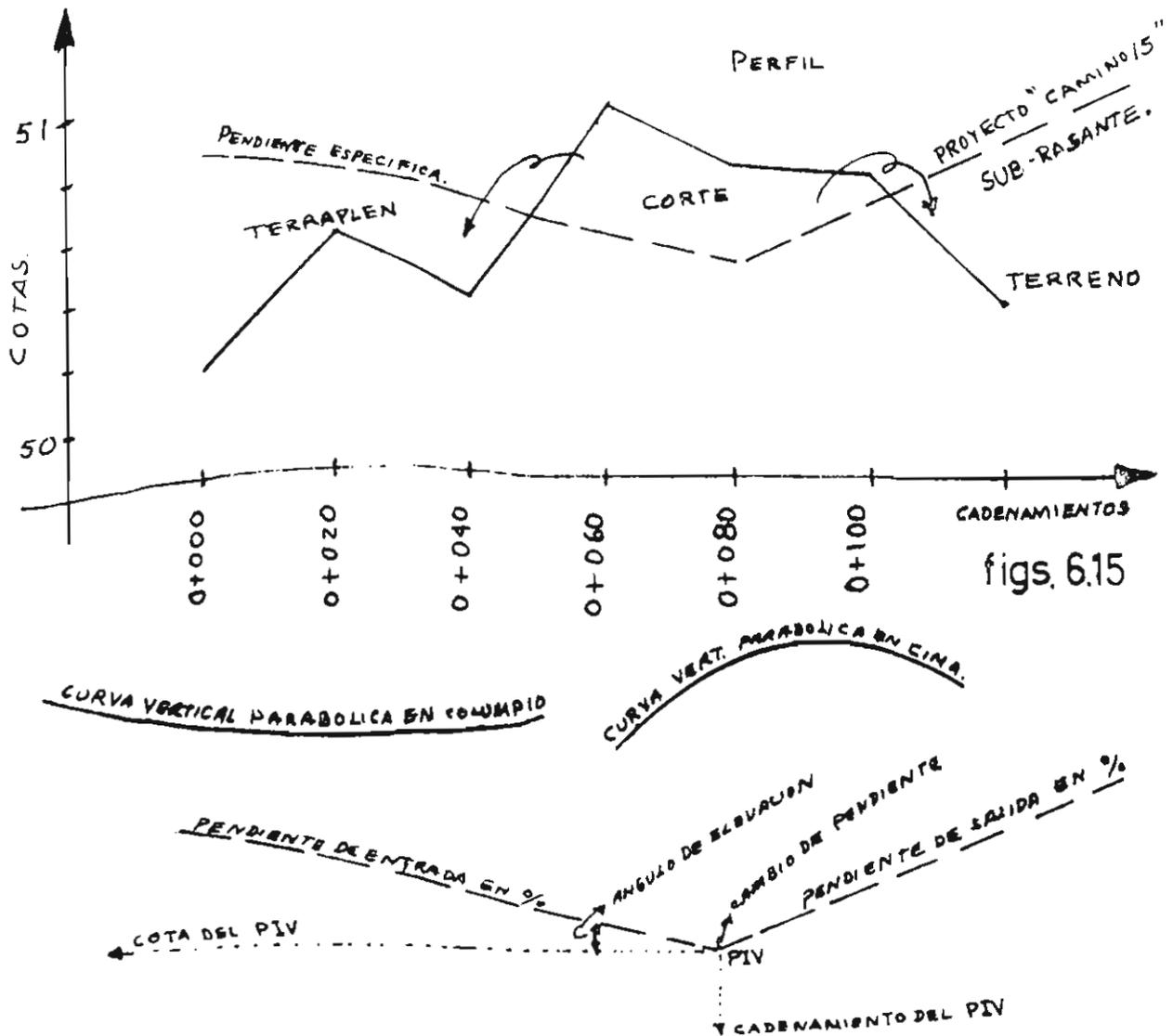
$$y \doteq f - \left( \frac{x^2}{2R} \right)$$

fig. 6.14

Cuando el uso del tránsito no resulta práctico, este método es muy útil, para el caso de trazar curvas en jardines, campos de golf - etc. donde no se puede localizar el centro de la circunferencia.

#### CURVA VERTICAL PARABÓLICA

En el caso de la curva vertical lo que se enlaza son dos rectas cuyo cambio no es la dirección, como en el caso de las tangentes que unimos con la curva horizontal, sino que lo que cambia es la pendiente entre las líneas que definen la subrasante de manera que en este caso no podemos hacer tangente a un círculo pues esto daría unos cambios de pendiente poco deseables, por esta razón se usa la curva vertical parabólica, que se llamará en cima cuando el punto de intersección de líneas esté hacia arriba, y se llamará en columpio cuando esté hacia abajo. En ambos casos se tendrán especificaciones muy precisas de acuerdo al proyecto de que se trate : - las velocidades, la visibilidad, el volumen y tipo de vehículos, - si se trata de carreteras etc., la idea es hacer poco sensible dicho cambio de pendiente. Veamos la figura siguiente :



por lo tanto necesitamos una curva cuya ecuación es  $y = KX^2$ , es decir una parábola. Existen dos métodos para resolver este problema y determinar las elevaciones de los puntos sobre la curva. Como en el caso de las curvas horizontales simples, no poseemos un gran compás o un instrumento que permita trazarlas directamente y por esta razón estudiamos en particular su geometría, para la consideración de cuerdas unitarias que finalmente nos definirían la curva, de manera similar en el caso de las curvas verticales, estas cuerdas unitarias van a cambiar ya no de dirección, sino de pendiente en distancias iguales o sea cada 20 m. en nuestro caso por lo tanto usaremos cualquiera de los métodos que a continuación se dan :

1. Método de variación de pendiente por cuerda unitaria o "método Chávez".
2. Aplicación directa de la fórmula de la parábola  $y = Kx^2$

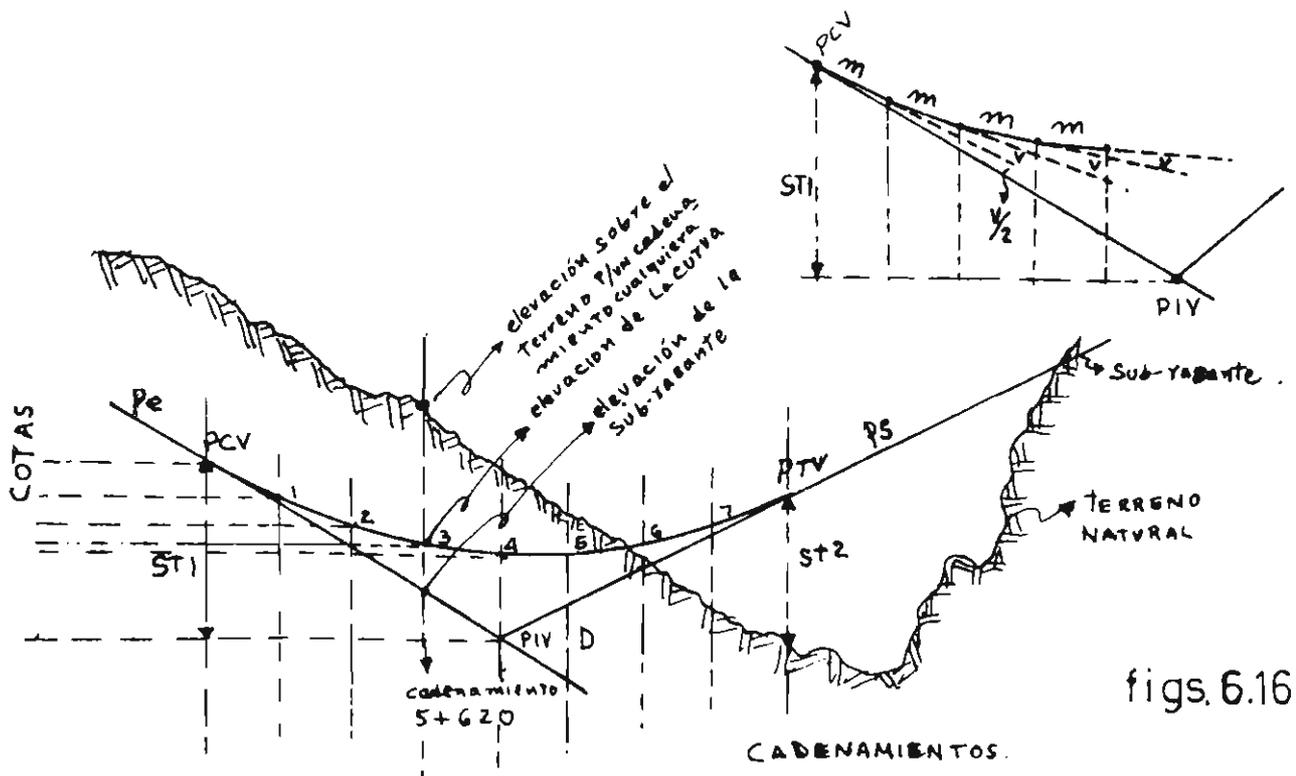
Método de variación de pendiente unitaria :

Este método tiene como punto de partida dos teoremas fundamentales que se cumplen sólo si se trata de cadenamientos o cuerdas consideradas como unitarias ( 5 m. 10m. 20m. 100 pies ); en nuestro país hablaremos de unidad = 20 m., es decir cuerdas de 20m c/u, cuyo número será fijado generalmente por la experiencia del proyectista.

Teoremas :

- 1ª la variación de pendiente por cuerda unitaria entre dos de ellas, es constante.
- 2ª la diferencia de pendiente entre la pendiente de entrada y la primera cuerda unitaria es igual a la mitad de la variación entre las subsecuentes, así como la variación entre la última cuerda y la pendiente de salida será igual a la mitad de la variación entre las anteriores.

Demostración



en la figura anterior :

- PCV = punto de inicio de la curva vertical
- PTV = " " término de la curva vertical
- PIV = punto de intersección de pendientes o punto de inflexión de la curva vertical
- Pe = pendiente de entrada
- Pe/u = pendiente de entrada por cadenamiento unitario
- Ps = pendiente de salida
- Ps/u = pendiente de salida por cadenamiento unitario
- D = Diferencia de pendiente Ps - Pe
- D/u = Diferencia de pendiente unitaria Ps/u - Pe/u
- ST1 = distancia vertical de PIV a PCV
- ST2 = distancia vertical de PIV a PTV
- V = variación
- 1,2,3,4...etc. puntos sobre la curva.

Si consideramos una curva de "n" cuerdas, tendríamos a la enésima cuerda antes ( en ciertos casos después véase Higashida p. - 369 ) del PTV. Entonces :

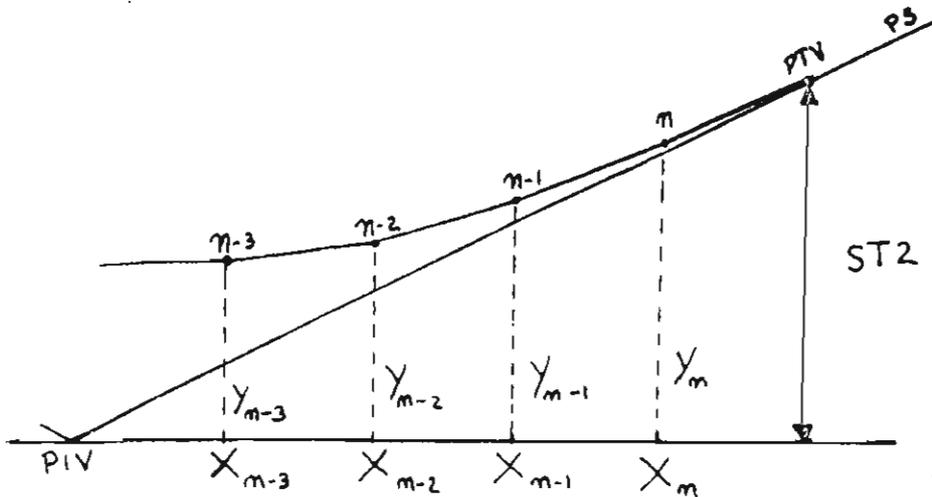


fig.6.17

recordando que  $y = Kx^2$  , si hacemos  $x = n$

entonces  $y = Kn^2$  sustituyendo valores de la figura anterior :

$y_n = Kn^2$		①
$y_{n-1} = K ( n-1 )^2$	$= Kn^2 - 2 Kn + K$	②
$y_{n-2} = K ( n-2 )^2$	$= Kn^2 - 4 Kn + 4K$	③
$y_{n-3} = K ( n-3 )^2$	$= Kn^2 - 6 Kn + 9K$	④
... etc.		

Para demostrar el primer teorema consideremos las pendientes unitarias :

$$p_n = \frac{Y_n - Y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} : P_n = \text{Pendiente de la } n\text{-ésima cuerda} \quad \text{--- --- ---} \quad (5)$$

sustituyendo (1) y (2) en (5) :

$$p_n = \frac{2kn - k}{x_n - x_{n-1}} \quad \text{pero } x_n - x_{n-1} \text{ lo hemos considerado como la unidad}$$

$$p_n = 2kn - k ; \text{ de igual manera}$$

$$p_{n-1} = 2kn - 3k ; \text{ y}$$

$$p_{n-2} = 2kn - 5k \quad \text{etc...}$$

el primer teorema nos indica que la variación de pendiente entre dos cuerdas consecutivas es constante, veamos :

$$p_n - p_{n-1} = 2kn - k - 2kn + 3k \\ = 2k$$

$$p_{n-1} - p_{n-2} = 2kn - 3k + 5k - 2kn \\ = 2k$$

vemos que  $2k$  permanece constante, por lo tanto el 1er. teorema queda demostrado entonces sí :

$$2k = v \quad \text{y} \quad k = \frac{v}{2}$$

$$y = \frac{v}{2} n \quad \text{o} \quad y = \frac{1}{2} vn$$

Consideremos el caso de la pendiente de salida para demostrar el 2º teorema :

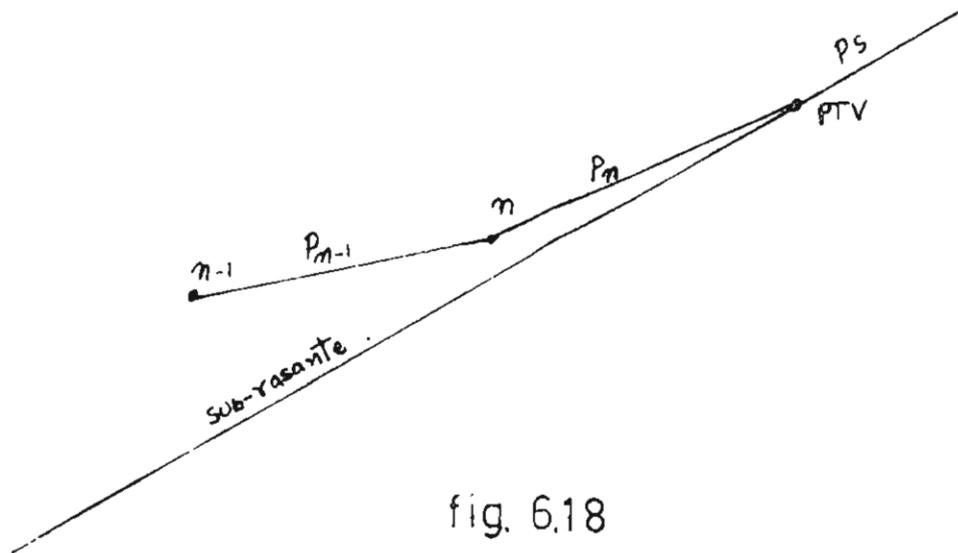


fig. 6.18

si  $y = kx^2$  ;  $P_s = \frac{dy}{dx} = 2kx$  ( derivando )

sustituyendo  $n = x$

$P_s = 2kn$

haciendo :

$P_s - P_n = 2kn - 2kn + k$

$P_s - p_n = k$  y de lo visto anteriormente

$k = 1/2 v$  por lo tanto se demuestra que la variación dependiente por cuerda unitaria entre la última cuerda y la pendiente de salida es igual a la mitad de la variación de los anteriores. Una vez demostrados am los teoremas seguimos con nuestro método de variación de pendiente :

es claro que :  $P_e/u + v/2 + v + v + \dots + v + v/2 = P_s/u$

$P_e/u + nV = P_s/u$

$nV = P_s/u - P_e/u$

y como  $P_s/u - P_e/u = Du$  entonces

$nV = Du$  y  $n = \frac{Du}{V}$  donde  $n =$  número de

estaciones, cuyo valor se toma bajo las siguientes convenciones - topográficas :

El PIV deberá corresponder a un cadenamiento completo o medio cadenamiento es decir :

$$\text{PIV} \begin{cases} \text{cota} = 100.7 \\ \text{cad.} = 1 + 180 ; 1 + 200 ; 1 + 360 ; \text{etc.} \end{cases}$$

o

$$\text{PIV} \begin{cases} \text{cota} = 102.4 \\ \text{cad.} = 1 + 190 ; 1 + 210 ; 1 + 150 ; \text{etc.} \end{cases}$$

de aquí que si PIV está en encadenamiento completo y "n" resultara impar o fraccionaria tomaríamos como valor para n el número par inmediato siguiente así :

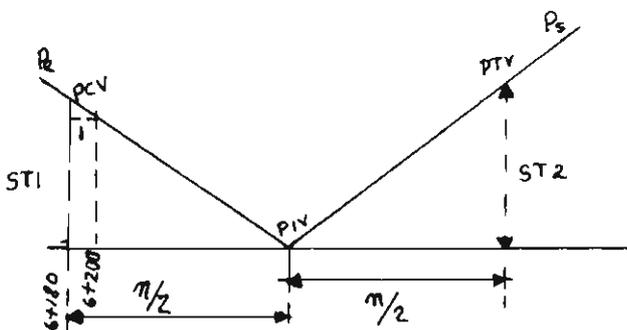
si  $n = 5$  ó  $n = 4.72$  tomaremos  $n = 6$

Cuando PIV está en medio cadenamiento y "n" resulta par o fraccionario tomaremos el número impar ( non ) inmediato siguiente, por ejemplo :

si  $n = 6$  ó  $n = 5.5$  tomaremos  $n = 7$

Cálculo de las elevaciones o cotas de PCV y PTV partiendo de la elevación de PIV calculemos ST1 y ST2 :

fig. 6.19



$$\frac{Pe/u}{1} = \frac{ST1}{n/2} ;$$

$$ST1 = \frac{Pe/u (n)}{2} \quad y$$

$$\frac{Ps/u}{1} = \frac{ST2}{n/2} ;$$

$$ST2 = \frac{Ps/u (n)}{2}$$

En resumen : calculando las elevaciones de los puntos PCV y PTV aplicaremos las variaciones de pendiente por cuerda unitaria para encontrar las elevaciones de los puntos sobre la curva. --  
 Veamos un ejemplo :

Calcule las elevaciones de los puntos sobre la curva vertical -  
 cuyos datos son :

$$Pe = -2 \%$$

$$Ps = +1 \%$$

curva en columpio

$$PIV \begin{cases} \text{cota} & 100 \\ \text{cad.} & K5 + 320 \end{cases}$$

$VM/u = 0.12$  ( variación máxima por cuerda unitaria permitida por especificación para curva en columpio en carreteras ).  
 En cada caso  $VM/u$  será diferente.

si  $Pe = -2 \%$  :  $Pe/u = -2\%/5 = -0.40$  ya que



5 cadenamientos de 20 m. c/u entonces

si  $Ps = 1 \%$   $Ps/u = 1 \%/5 = 0.20$  de aquí

$$Du = 0.20 + 0.40$$

$$= 0.60 \quad \dots$$

$$n = \frac{0.60}{0.12} = 5$$

como PIV está en un cadenamiento completo  $K5 + 320$  tomaremos  $n = 6$  y recalculamos la variación para nuestra curva en particular, o sea :

$$v = \frac{Du}{n} = \frac{0.60}{6} = 0.10$$

Calculemos ahora ST1 y ST2 :

$$ST1 = \frac{Pe/u (n)}{2} = \frac{0.4 \times 6}{2} = 1.2 \quad (\text{valor absoluto})$$

$$ST2 = \frac{Ps/u (n)}{2} = \frac{0.2 \times 6}{2} = 0.60 \quad (\text{valor absoluto})$$

de aquí :

PIV	=	Cotas	=	100
+ ST1	=	1.2		
= PCV	=	101.2		

PIV	=	Cotas	=	100
+ ST2	=	0.60		
= PTV	=	100.60		

como sabemos que  $Pe/u + 1/2 V + V + \dots + V + 1/2 V = Ps/u$   
veamos :

Pe/u	- 0.40
0.5 V	+ 1/2 V = 0.05
1.5 V	= - 0.35 ✓ + <sub>v</sub> 0.10
2.5 V	= - 0.25 ✓ + <sub>v</sub> 0.10
3.5 V	= - 0.15 ✓ + <sub>v</sub> 0.10
4.5 V	= - 0.05 ✓ + <sub>v</sub> 0.10
5.5 V	= + 0.05 ✓ + <sub>v</sub> 0.10

.....#

6 V	$= + 0.15 \quad \checkmark$ $\frac{+ 1/2 V \quad 0.05}{= 0.20 \quad \checkmark \checkmark}$
-----	---

$+ 0.20 = Ps/u$
-----------------

 con lo que se comprueba este paso.

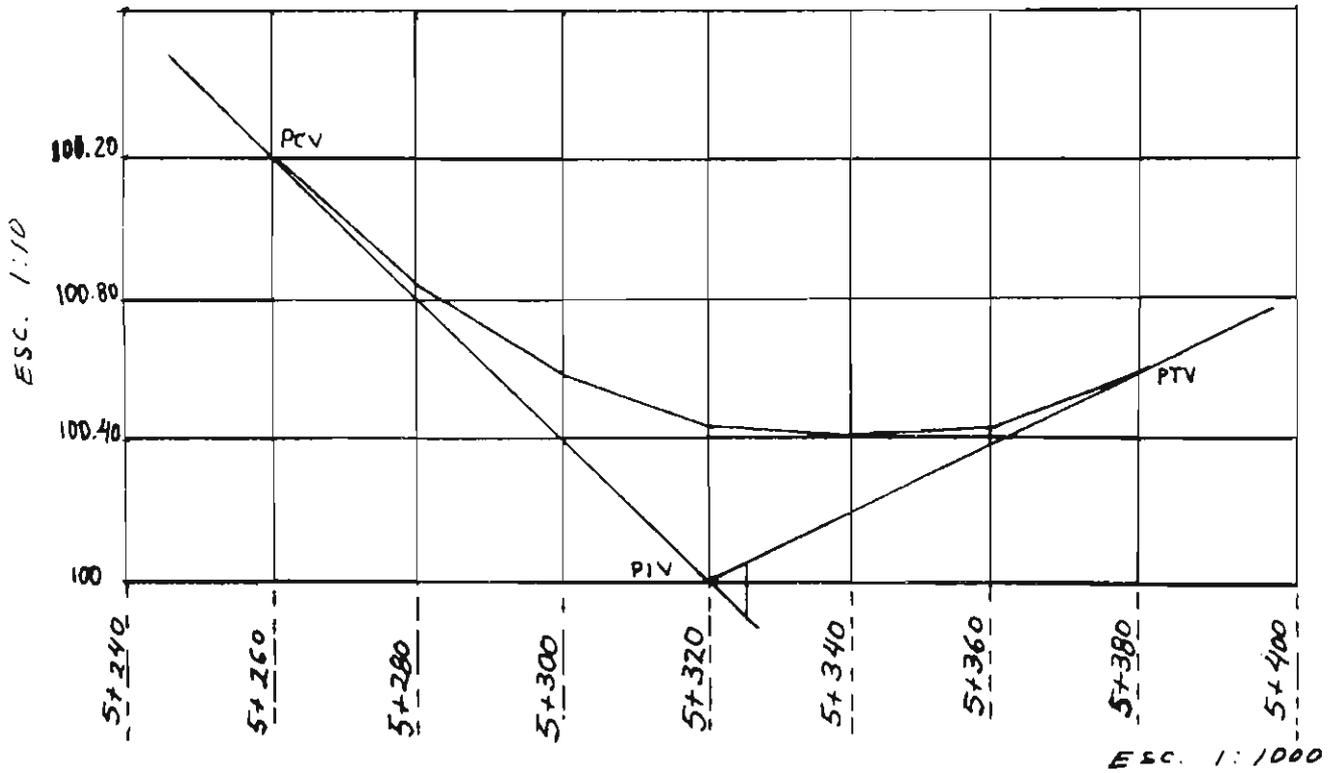
Procedemos entonces a calcular las elevaciones aplicando los resultados anteriores

Punto	cadenamiento	cota
PCV	k5 + 260	101.20 ✓
1	k5 + 280	- $\frac{0.35}{100.85}$ ✓
2	k5 + 300	- $\frac{0.25}{100.60}$ ✓
3	k5 + 320	- $\frac{0.15}{100.45}$ ✓
4	k5 + 340	- $\frac{0.05}{100.40}$ ✓
5	k5 + 360	+ $\frac{0.05}{100.45}$ ✓
PTV	k5 + 380	+ $\frac{0.15}{100.60}$ ✓✓

Nota: los cadenamientos se conocen cuando se tiene "n", - dado que de - PIV en ambos - sentidos, tendremos n/2 cadenamientos

con lo que se demuestra completamente y se procede a dibujarla :

fig. 6.20



El 2º método, de aplicación directa de la fórmula  $y = KX^2$  consiste en determinar las distancias verticales (ordenadas)  $Y_0, Y_1, Y_2, \dots$  etc entre la tangente y la curva.

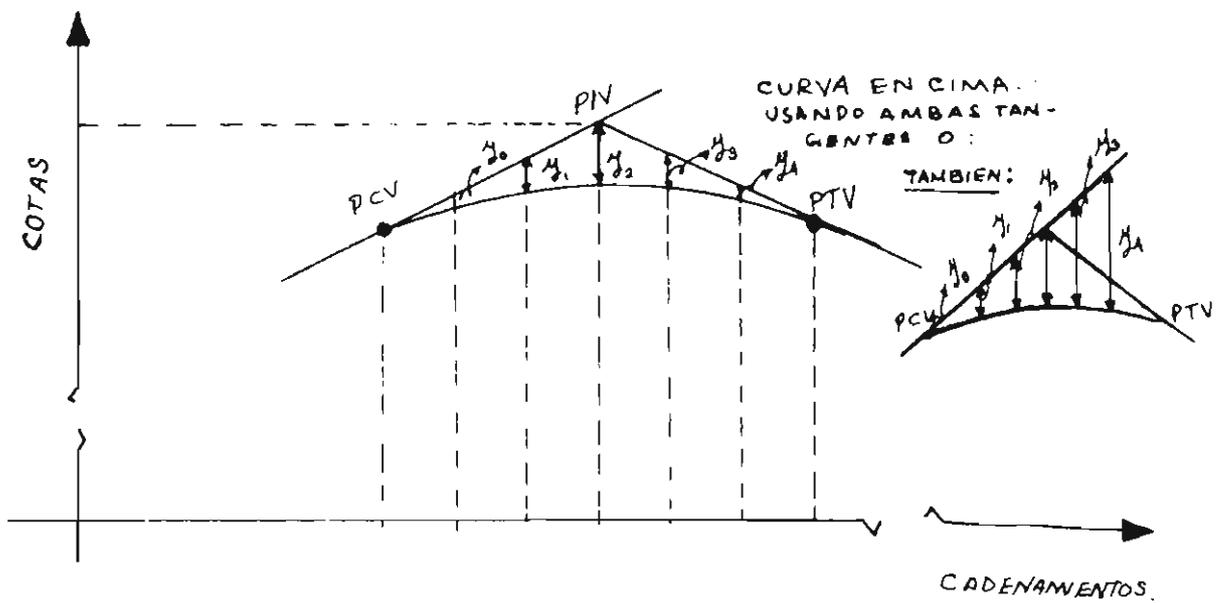


fig. 6.21

Este caso se ilustra mejor con el siguiente ejemplo : calcular las elevaciones de los puntos de la curva vertical mediante la fórmula con los datos siguientes :

$$Pe/u = 0.24$$

$$Ps/u = - 0.08$$

$$VM/u = 0.08$$

$$\begin{array}{l} \text{PIV} \quad \quad \quad k30 + 410 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \text{elevación} = 100.0 \end{array}$$

De aquí :

$$D_u = - 0.08 - 0.24 = -0.32$$

$$n = - \frac{0.32}{0.08} = 4 \quad \text{como el cadenamiento es } k30 + 410 \text{ tomamos}$$

$$n = 5 \quad \text{y entonces}$$

$$v = - \frac{0.32}{5} = -0.064$$

$$1/2 V = -0.032 \text{ y como } k = 1/2 V \text{ y } Y = Kn^2$$

tenemos

$$y = -0.032 n^2$$

Punto	n	n <sup>2</sup>	y	elevación tangente	elevación curva	puede agregarse una columna pa- ra cadenamientos
PCV	0	0	0	99.4	99.4	k30 + 360
	1	1	-0.032	99.64	99.608	30 + 380
	2	4	-0.128	99.88	99.752	30 + 400
						- PIV 30 + 410
	3	9	-0.288	100.12	99.832	30 + 420
	4	16	-0.512	100.36	99.848	30 + 440
PTV	5	25	-0.800	100.6	99.800	30 + 460

procediéndose a graficar la curva para cálculos posteriores .

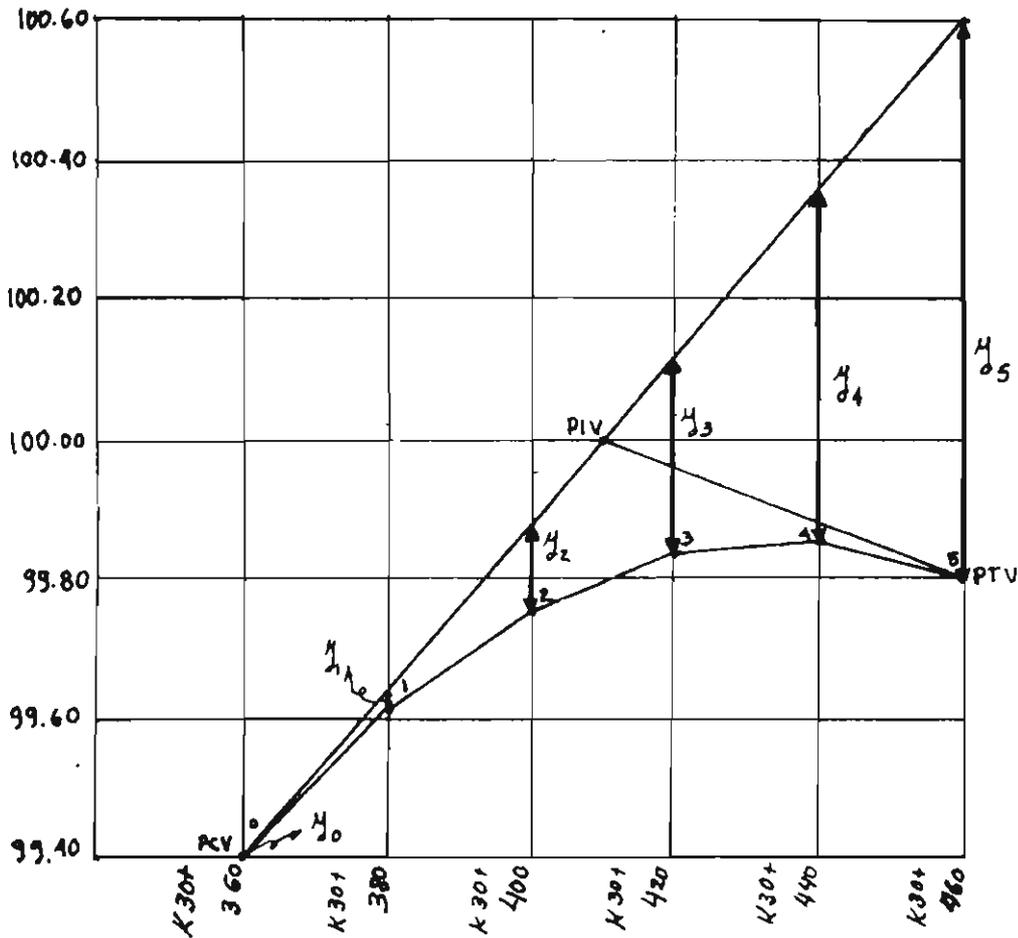


fig.6.22

ESC. VERTICAL :  
1:10  
ESC. HORIZONTAL  
1:1000

TEMA 7: Estudio de la fotografía aérea.

7.1. Definiciones:

Fotogrametría es la ciencia o arte de obtener medidas por medio de la fotografía, pasando de la proyección cónica del objeto fotografiado a la proyección ortogonal del plano mediante la operación fundamental que recibe el nombre de "restitución".

Foto interpretación es obtener información, análisis, valoración y conclusiones a partir de la fotografía de un objeto determinado.

7.2. Fotografía de eje vertical, inclinado y alto inclinado.

Diversos tipos de fotografías aéreas: es difícil establecer un tipo determinado, pues las técnicas empleadas en fotografía aérea avanzan y se perfeccionan, alcanzando gran difusión. En la actualidad se usa la fotografía aérea en planimetría; planimetría y altimetría; geología; edafología; agricultura; estudios forestales; urbanos; catastrales y para fines militares, etc.

Según el caso, las fotografías aéreas pueden ser verticales, u oblicuas.

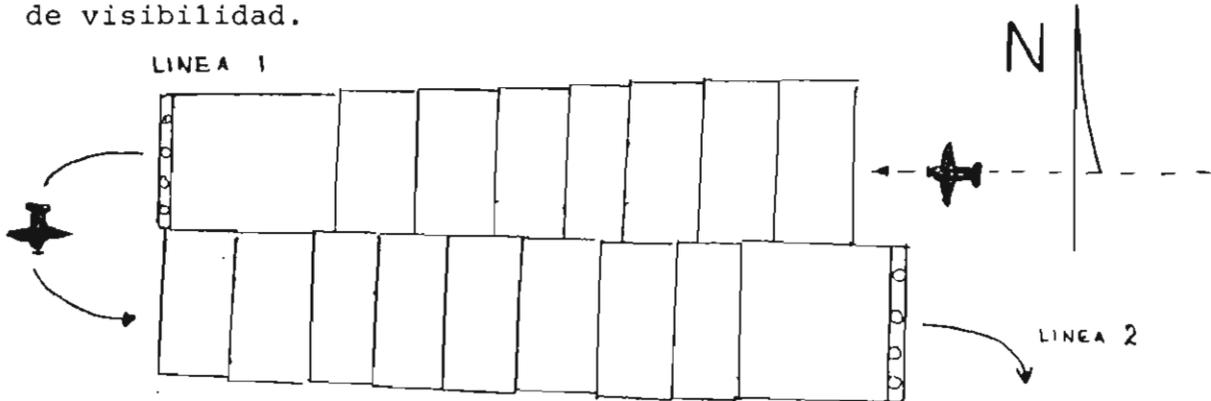
La fotografía de eje vertical es aquella en la que el eje óptico de la cámara coincide con la vertical del lugar del campo fotografiado.

Fotografía oblicua ( eje inclinado y alto inclinado ) es la que se toma describiendo un ángulo entre el eje óptico y la vertical del lugar. Se llaman oblicuas bajas cuando el ángulo de inclinación del eje está entre  $10^{\circ}$  y  $30^{\circ}$  y cuando el ángulo es mayor recibe el nombre de oblicua alta o panorámica formando un ángulo tal que permite fotografiar la línea del horizonte.

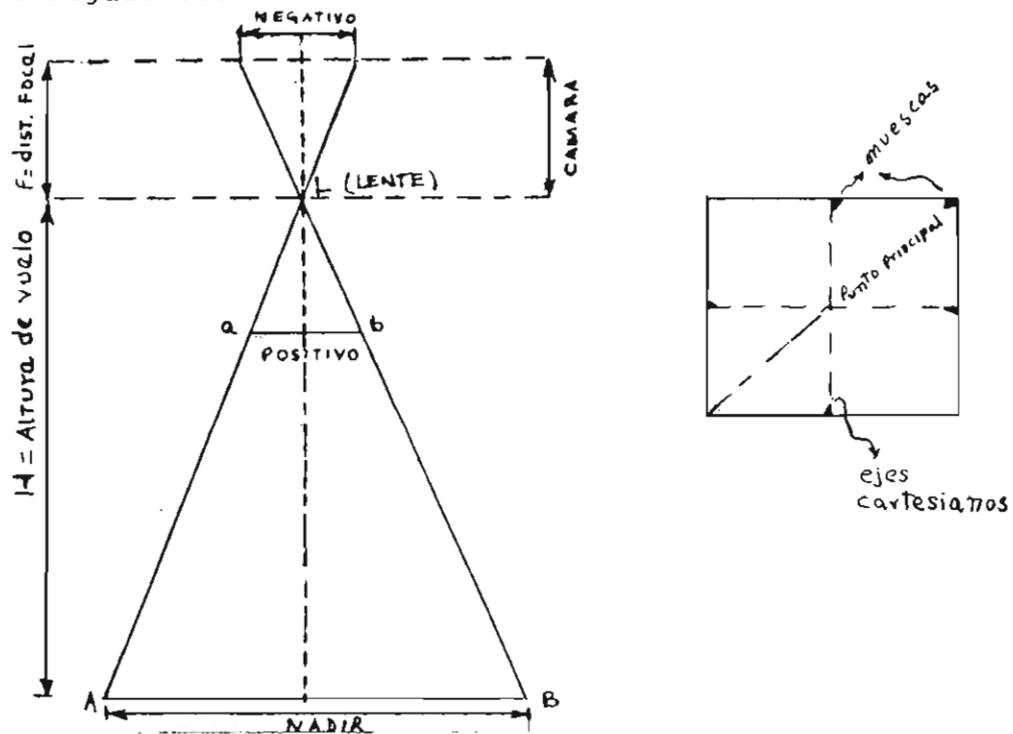
Existe una toma especial que combina una fotografía del eje vertical y dos oblicuas altas, simultáneamente, reciben el nombre de sistema trimetrogon. Este sistema es muy ventajoso en trabajos de reconocimiento pues cubre una gran extensión de terreno.

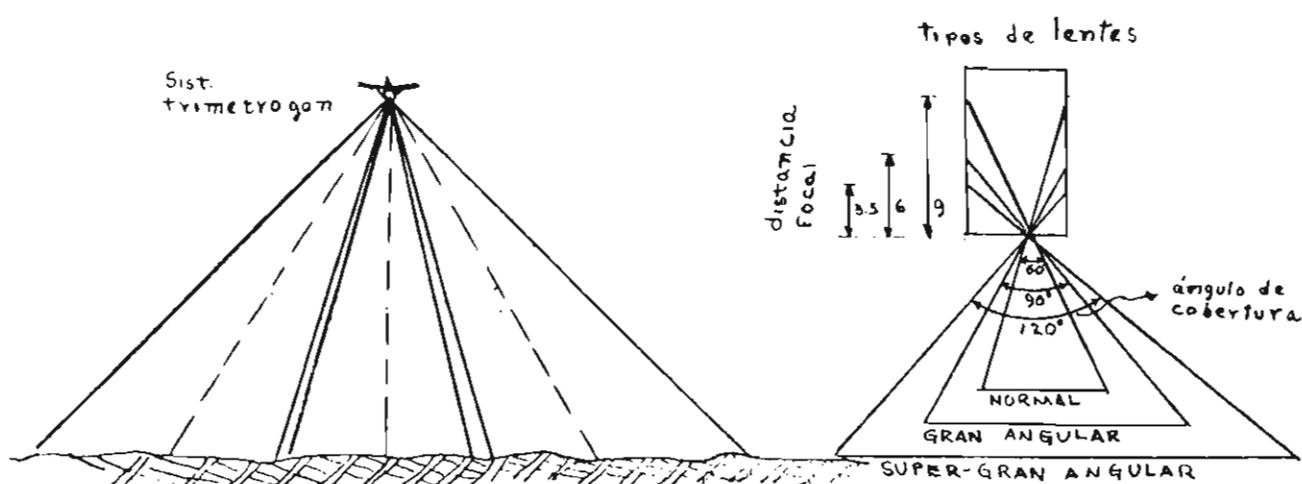
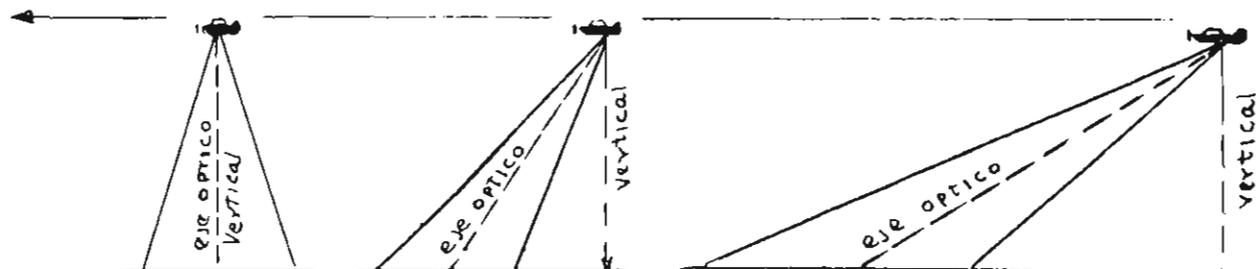
Para que exista un recubrimiento estereoscópico es necesario que las fotos se encimen o se traslapen longitudinalmente un 55 a 60 por ciento, esto es, que cada disparo sea a un intervalo tal de tiempo que cada fotografía contenga un 60 % de la anterior y un 60 % de la siguiente, también es necesario un traslape lateral de 15 a 25 por ciento, o sea, que las líneas de vuelo se acerquen hasta lograr que las fotos de cada línea contengan 25 % de la línea anterior y 25 % de la siguiente.

La toma de fotografías debe hacerse en condiciones óptimas de visibilidad.



Los elementos geométricos de una fotografía se aprecian en los dibujos siguientes:





7.3. Geometría de una fotografía:

Las fotografías de eje vertical son las más usadas en fotogrametría, fotoidentificación, fotogeología etc. El eje óptico - puede variar hasta  $2^\circ$  con respecto a la vertical, debido a los movimientos de cabeceo y lateral o de alabeo que tiene el avión al momento de tomar la fotografía. Desde luego esta y otras alteraciones que afectan a una fotografía son corregidas en el proceso llamado de "restitución".

Las fotografías se toman en forma sistemática a lo largo de una línea de vuelo que cubre una franja de terreno, haciendo tantas líneas como sea necesario hasta cubrir por completo la zona deseada, generalmente las líneas de vuelo son en el sentido norte-sur, o bien este-oeste, pero de acuerdo a las condiciones del terreno esto puede variar, el avión debe seguir una línea o rumbo fijo para evitar que las fotografías se defasen unas con respecto a las otras; debe mantenerse también la altura de vuelo para que la escala sea igual en todas las fotografías.

en donde:

H = altura de vuelo, que es la distancia entre el centro de la cámara y el terreno en el momento de la exposición.

f = distancia focal, es la separación entre el foco de la lente y el negativo.

E.O. = eje óptico, es una línea imaginaria que pasa por el centro de la cámara y es perpendicular a la película en el punto medio.

N = nadir, es la proyección vertical del centro de la cámara - sobre el terreno en el momento de la exposición.

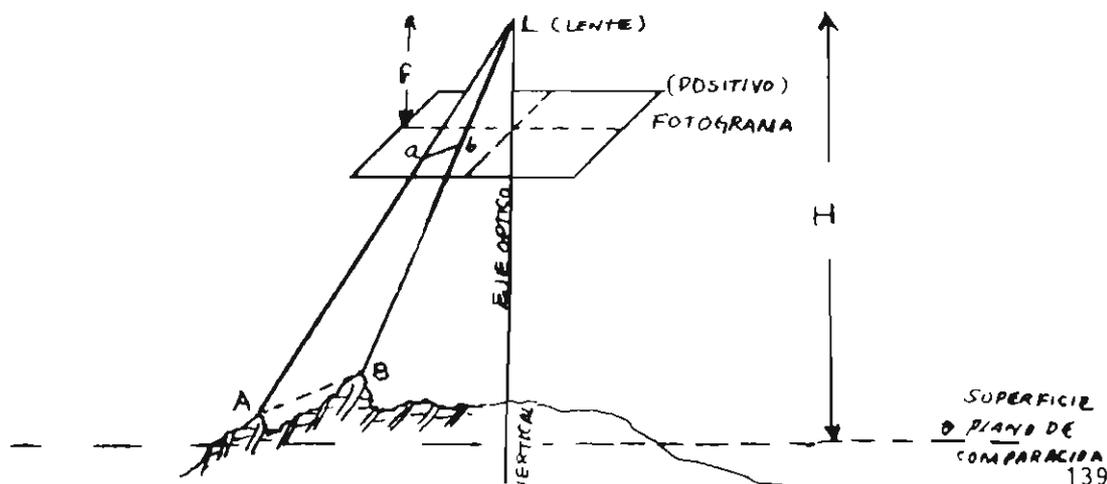
P.P. = punto principal, es la intersección del eje óptico y la - película y corresponde al centro geométrico del fotograma.

Fotograma: se denomina fotograma a un formato o clisé que proporciona las condiciones que definen la perspectiva u orientación - interna de la fotografía, la cual estará enfocada al infinito - para captar todos los detalles cercanos o lejanos del objeto por fotografiar, las dimensiones más comunes en estos formatos son:

- a) para fotogrametría terrestre ( mediante fototeodolitos ) de 9 x 12, de 10 x 15 y de 13 x 18 cm. especialmente.
- b) para fotografía aérea (mediante cámaras aéreas) de 18 x 18, de 23 x 23 que es el más usual y de 30 x 30 cm.

Un fotograma reviste gran importancia en la fotogrametría, pues equivale a la libreta de registro de la topografía tradicional.

En los márgenes del fotograma aparecen las muescas que, unidas por medio de rectas, definen el punto principal y también, al margen tenemos una serie de datos tales como: un reloj que indica la hora de toma, la distancia focal de la lente, en milímetros, el tipo de lente, un altímetro que indica la altura en el momento de la exposición, todo esto al lado izquierdo, y en el margen derecho veremos: el número de la fotografía, número - del rollo, línea de vuelo, escala y fecha.



Escala de una fotografía: de la figura anterior se desprende que si una escala cualquiera está dada por la expresión ---  
 $E = \frac{I}{M}$  es claro que la relación entre la distancia focal y la altura de vuelo nos da que  $\frac{I}{E} = \frac{f}{H} = \frac{i}{O}$  ( de la figura anterior, los triángulos semejantes ALB y alb )

en donde  $i$  = tamaño de la imagen obtenida

$O$  = tamaño del objeto fotografiado =  $\overline{AB}$

De manera que la escala media de una fotografía será el cociente que resulte de dividir la distancia focal entre la altura de vuelo, razón por la cual se seleccionará adecuadamente la distancia focal y la altura de vuelo apropiadas para cada tipo de escala y esto en función del terreno por representar, ya sea en planos, mapas o cartas.

La escala media podrá usarse cuando el terreno es poco accidentado, pero donde el relieve es importante la escala varía y así.

$$\frac{I}{E} = \frac{f}{H - H_m}$$

siendo:

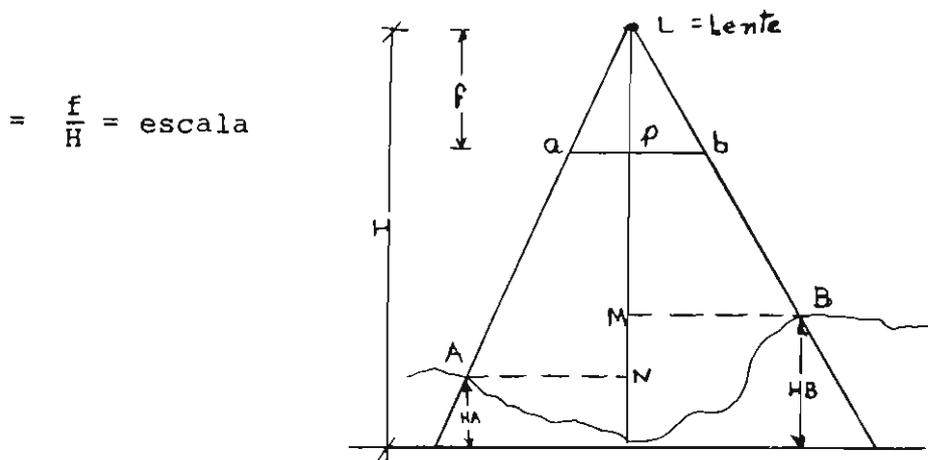
$\frac{I}{E}$  = escala de la fotografía

$f$  = distancia focal ( dada en milímetros generalmente )

$H$  = altura de vuelo medida en el altímetro ( en pies o en metros )

$H_m$  = altura media en el terreno

Veámoslo esquemáticamente en la figura que sigue:



$\frac{ap}{AN} = \frac{LP}{LM} = \text{escala para un punto 'A', esto es:}$

$\frac{ap}{AN} = \frac{LP}{LM} = \frac{f}{H - HA} = \text{ESC. ( A ) también:}$

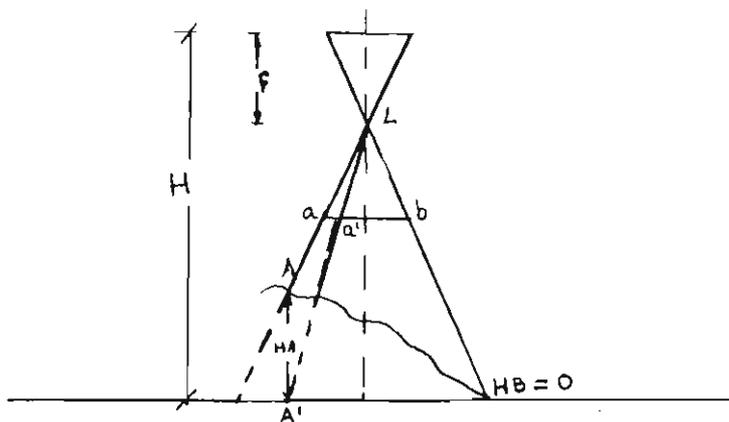
$\frac{LP}{LM} = \frac{bp}{BM} = \frac{f}{H - HB} \quad \text{ESC. ( B ) así que:}$

$H_m = \frac{HA + HB + \text{-----} + HN}{N} \quad \text{y finalmente}$

$\text{Escala media} = \frac{f}{H - H_m} = \frac{I}{E_m} \quad \text{o:}$

$E_m = \frac{I}{\frac{f}{H - H_m}}$

Variación de la escala de una fotografía:

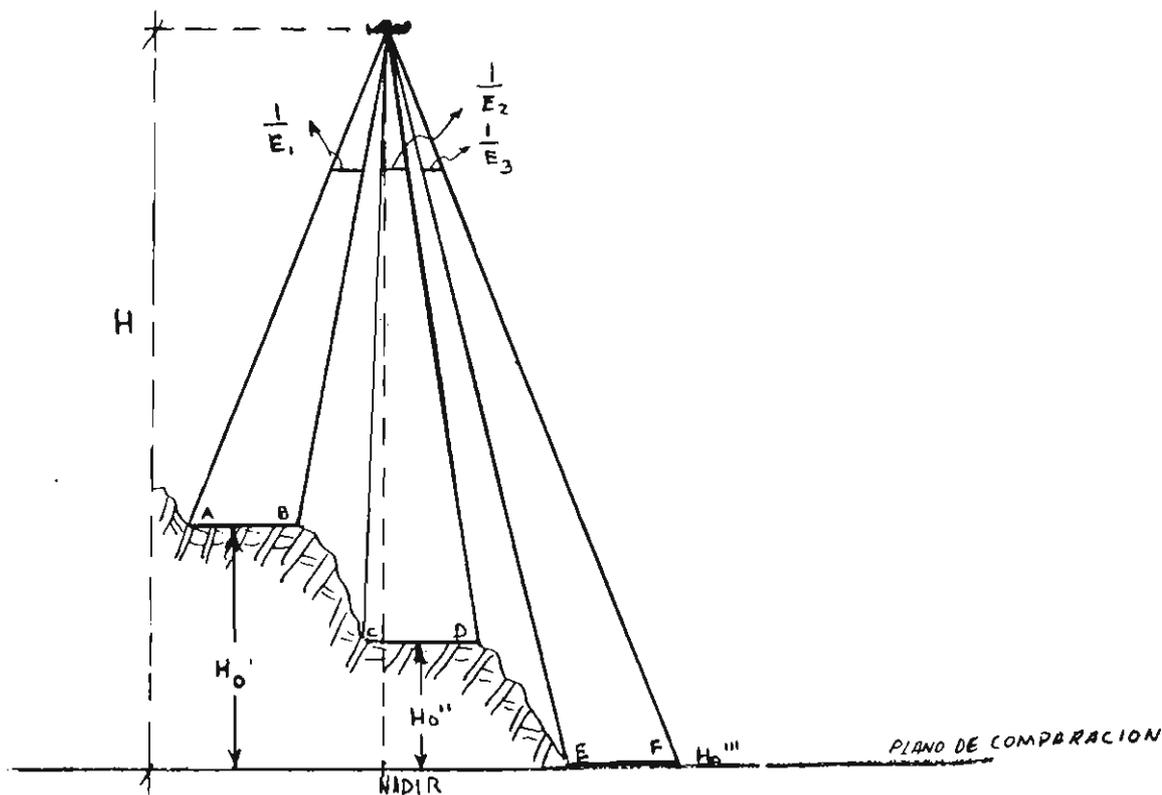


Los siguientes  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ , y  $\overline{FG}$  tienen la misma longitud y área, pero están a diferente nivel si tenemos que  $\frac{I}{E} = \frac{I}{H - H_0}$  donde:  
 $H_0$  = distancia entre el punto y el plano de referencia entonces -  
 $H_0'$ ,  $H_0''$  y  $H_0'''$  será nulo, si  $F$  y  $H$  son constantes, al sustituir en la ecuación para el término  $\frac{I}{E}$  tendremos que:

$$\frac{I}{E_1} \quad \frac{I}{E_2} \quad \frac{I}{E_3} \quad \text{o sea que la escala será mayor cuanto menor -}$$

sea la distancia entre el terreno y la cámara del avión. Esta diferencia de evaluación produce un error o desplazamiento debido al relieve, pues la fotografía es una proyección cónica y el relieve produce desplazamientos positivos (arriba del plano de comparación o de referencia) y negativos (abajo del plano) al verlo en el plano negativo y posteriormente al querer pasar a la proyección ortogonal del plano.

Como se ve en la figura siguiente:



apreciar el largo, el ancho y la profundidad de dicho objeto. Las fotos aéreas son tomadas en forma sistemática y, como ya se dijo, con un traslape de 60 %, de manera que desde dos puntos de vista diferentes se hacen dos exposiciones del mismo objeto y es posible tener una franja o zona estereoscópica similar a la que se presenta a nuestros ojos, los cuales tienen una capacidad visual muy amplia ya que, a partir de su eje, cuando se dirigen visuales paralelas tiene movimientos laterales de  $45^\circ$  hacia adentro y  $135^\circ$  hacia afuera y verticalmente tienen un campo de acción de  $50^\circ$  hacia arriba y  $70^\circ$  hacia abajo. La separación promedio entre ambos ojos es de 65 mm. y recibe el nombre de base interpupilar.

Al observar alternadamente con uno y otro ojo a un mismo objeto se produce una pequeña diferencia de la imagen que recibe el nombre de paralaje, cuando las visuales coinciden en un punto forman un ángulo llamado ángulo de intersección paraláctico.

El campo de la visión binocular no es totalmente estéreo, sólo lo es la zona central, pues ahí coinciden ambas visuales y en ambos lados habrá zonas marginales donde la visión es plana, ya que las imágenes serán vistas por el ojo del lado correspondiente. Al acercarse las imágenes el ángulo paraláctico crece y al alejarse disminuye hasta un mínimo de agudeza visual, que es el promedio de unos 20 segundos, este ángulo representa el paralaje mínimo que permite ver estereoscópicamente un objeto a una distancia aproximada de 650 m. la que variará en función de la agudeza visual. Todo esto nos da la estereoscopia natural, pero como ya se dijo al tomar fotos consecutivas de una serie de objetos, en la zona de traslape se puede tener una zona estérea, para apreciar el efecto tridimensional es necesario usar ciertos instrumentos que nos dan la estereoscopia artificial bajo las condiciones siguientes:

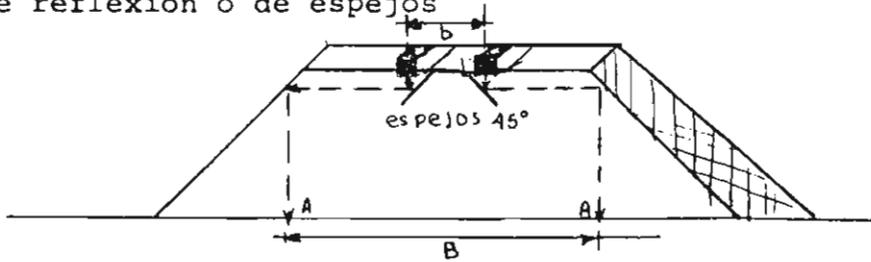
- a) que se tenga un par fotográfico del objeto por observar.
- b) cada ojo debe mirar el mismo objeto en cada una de las dos fotos.
- c) las fotos estarán separadas con una distancia tal que las visuales a los puntos homólogos se corten dos a dos.
- d) que el par tenga la misma posición relativa al momento en que fueron tomadas en el espacio, produciéndose el efecto ortoscópico. Si se invierten se presenta una falsa estereoscopia produciendo un efecto pseudoscópico.



Medios para observar estereoscopia artificial.

Estereoscopios:

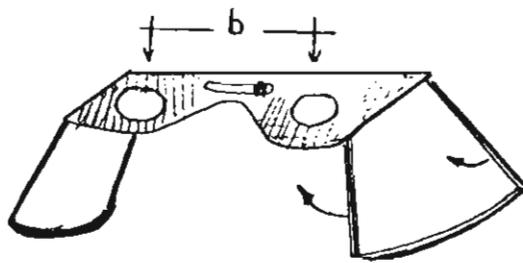
a) De reflexión o de espejos



de la figura:

- b = base interpupilar ( 0.065 m ; )
- B = base virtual ( de 0.30 a 0.40 m )
- A = objeto ( intersección de las visuales )

b) De refracción o de lentes, comunmente llamado de bolsillo.



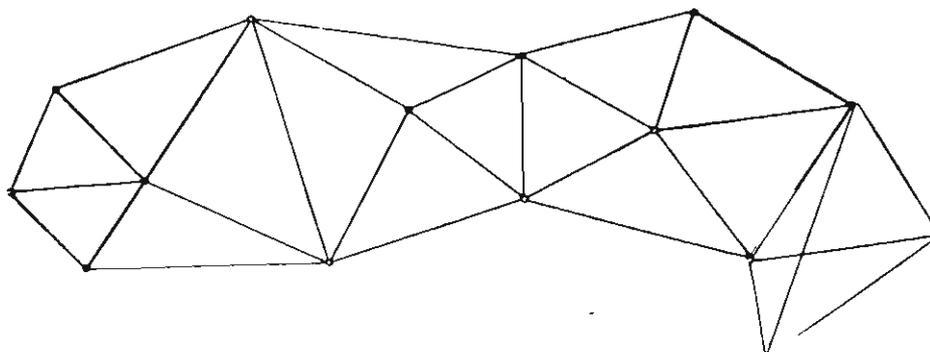
Estereoscopia por colores complementarios: en una hoja de papel blanca, se imprime una de las fotos del par, empleando uno de los colores complementarios ( rojo o azul-verde ), poste - riormente se imprime la otra fotografia con el otro color, de-

manera que la base fotográfica de ambas fotos sea coincidente a fin de orientar correctamente al par; como la zona o franja estérea presenta la imagen de un mismo detalle del terreno - aparecerá a simple vista la imagen en color azul verde bordeada de rojo o a la inversa de acuerdo a la disposición de los colores en la impresión, a ambos lados de la zona estérea se verá la imagen plana en un solo color.

Si observamos esta imagen con unos anteojos dicromáticos ( una lente roja y otra azul verde ) en orden inverso al color - que se observa en el papel cada lente filtrará las imágenes - de su color, es decir no serán percibidas por el ojo, en cambio las del color complementario aparecerán en color negro en ambos ojos, produciéndose una sola imagen que en fusión mental producirá la estereoscopia.

Esta proyección sobre el papel blanco que recibe el nombre - de anaglifo puede ser también a base de placas y proyectores - que mediante filtros rojo y azul verde producen, usando los - lentes dicromáticos, el mismo fenómeno.

Vuelo fotogramétrico y control horizontal o básico. Ver Torres ( pp. 251 a 253 ).



7.5. Aplicaciones: una vez que se logra la estereoscopia artificial, puede interpretarse una serie de detalles - cuantitativos y cualitativos de la zona fotografiada. Los - planos y mosaicos que se obtienen a partir de las fotos aéreas son muy usados en trabajos y proyectos de ingeniería como la - localización y trazo de carreteras, vías férreas, aeropuertos, canales, líneas eléctricas, presas, etc; estudios sobre ingeniería de tránsito, catastro rural y urbano, geológicos, edafológicos, forestales, agrícolas, para fines militares, etc.

La fotoqrametría y fotointerpretación, se justifican sobre todo en terrenos de gran extensión pudiéndose obtener en detalle planos y mosaicos o con estereoscopios analizar las fotografías y obtener de ellas datos de gran valor para un proyecto.

## APÉNDICE ( A )

Existen varias convenciones de representación gráfica, las que - aquí presentamos son sólo algunas de las más importantes con el fin de hacer notar que siempre es necesario establecer principios que hagan económica y estética la presentación en planos de los trabajos topográficos.

### 4.1.2. Convenciones de representación gráfica:

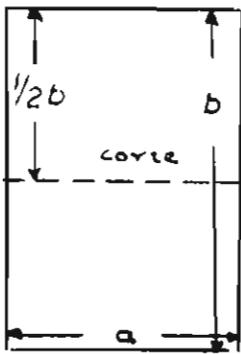
#### Convención de cortes del papel.

Para que un plano se pueda consultar de manera cómoda debe estar inscrito en un formato pequeño, que permita su utilización en oficinas, talleres, sobre el terreno, etc. y lo suficientemente grande, al mismo tiempo, para cubrir a una escala dada, la superficie del terreno por representar en relación con el uso al que se ha destinado. Esto se ve un poco limitado debido a los formatos que hay en el mercado; los cortes del papel - según el objetivo del plano y la escala pueden ser seleccionados entre los siguientes "formatos normalizados".

Núm.	LADOS		ÁREA <sub>2</sub>	
	a ( m )	b ( m )	A ( m <sup>2</sup> )	
1	1.189	0.841	1.00	00
2	1.180	0.835	0.98	48
3	1.160	0.821	0.95	18
4	1.140	0.806	0.91	92
5	1.120	0.792	0.88	73
6	1.100	0.778	0.85	58
7	1.080	0.764	0.82	50
8	1.060	0.750	0.79	48
9	1.040	0.736	0.76	50
10	1.020	0.722	0.73	59
11	1.000	0.707	0.70	73
12	0.980	0.693	0.67	93
13	0.960	0.679	0.65	18
14	0.940	0.665	0.62	50
15	0.920	0.651	0.59	86
16	0.900	0.637	0.57	29
17	0.880	0.622	0.54	77

Núm.	LADOS		ÁREA	
	a ( m )	b ( m )	A ( m <sup>2</sup> )	
18	0.860	0.608	0.52	31
19	0.841	0.595	0.50	00
20	0.840	0.594	0.49	90
21	0.820	0.580	0.47	56
22	0.800	0.566	0.45	27
23	0.780	0.552	0.43	03
24	0.760	0.538	0.40	86
25	0.740	0.523	0.38	73
26	0.720	0.509	0.36	67
27	0.700	0.495	0.34	66
28	0.680	0.481	0.32	71
29	0.660	0.467	0.30	81
30	0.640	0.453	0.28	97
31	0.620	0.438	0.27	19
32	0.600	0.424	0.25	46
33	0.595	0.420	0.25	00
34	0.580	0.410	0.23	79
35	0.560	0.396	0.22	18
36	0.540	0.382	0.20	63
37	0.520	0.368	0.19	13
38	0.500	0.354	0.17	68
39	0.480	0.340	0.16	30
40	0.460	0.325	0.14	97
41	0.440	0.311	0.13	69
42	0.420	0.297	0.12	50
43	0.400	0.283	0.11	32
44	0.380	0.269	0.10	21
45	0.360	0.255	0.09	17
46	0.340	0.241	0.08	18
47	0.320	0.226	0.07	24
48	0.300	0.212	0.06	37
49	0.297	0.210	0.06	25
50	0.280	0.198	0.05	54
51	0.260	0.184	0.04	78
52	0.240	0.170	0.04	08
53	0.220	0.156	0.03	42
54	0.210	0.148	0.03	12
55	0.200	0.142	0.02	83
56	0.180	0.127	0.02	29
57	0.160	0.113	0.01	81
58	0.148	0.105	0.01	56
59	0.140	0.099	0.01	39
60	0.120	0.085	0.01	02

Los formatos anotados con los números 1,19,33,42, 54 y 58 están hechos de tal forma que, en cada caso, los valores de los lados son tales que al dividir una hoja en partes iguales, los lados son proporcionales, si las áreas de los rectángulos son  $1\text{m}^2$ ,  $0.50\text{m}^2$ ,  $0.25\text{m}^2$ , etc., estos formatos normalizados DIN - ( deutsche industrie norme ) son los más usados.



$$\text{si } a \cdot b = 1 \text{ m}^2$$

$$a = \frac{1}{b} \quad \text{o} \quad b = \frac{1}{a}$$

Como los cortes hacen que los lados sean proporcionales, entonces:

$$\frac{\text{lado mayor}}{\text{lado menor}} = \frac{b}{a} \text{ y } \frac{a}{b/2} \text{ al cortar la hoja}$$

por lo tanto

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{b/2} ; \quad a^2 = \frac{b^2}{2}$$

si  $b = \frac{1}{a}$  sustituyendo en la expresión anterior.

$$a^2 = \left[ \frac{1}{\frac{a}{2}} \right]^2$$

$$a^2 = \frac{1}{\frac{a^2}{2}}$$

$$a^2 = \frac{1}{2a^2}$$

y finalmente

$$a^4 = \frac{1}{2}$$

$$a = \sqrt[4]{0.5} = 0.841 \text{ m.}$$

$$b = \frac{1}{a} = \frac{1}{0.841} = 1.189$$

de igual forma pueden calcularse otros formatos que son proporcionales a la relación  $a \cdot b = 1 \text{ m}^2$ .

Convención de cuadrícula.

Es necesario establecer sistemas de coordenadas rectangulares ( dirección norte-sur ), para dar precisión y uniformidad en el trazo de las líneas o en las intersecciones en ángulo recto.

El sistema de proyecciones empleado en topografía es básicamente ( X, Y ), solamente que cambia el nombre de los ejes, al eje Y o de las ordenadas se le llama eje NORTE-SUR y al eje de las abscisas o X, se le llama eje ESTE-OESTE.

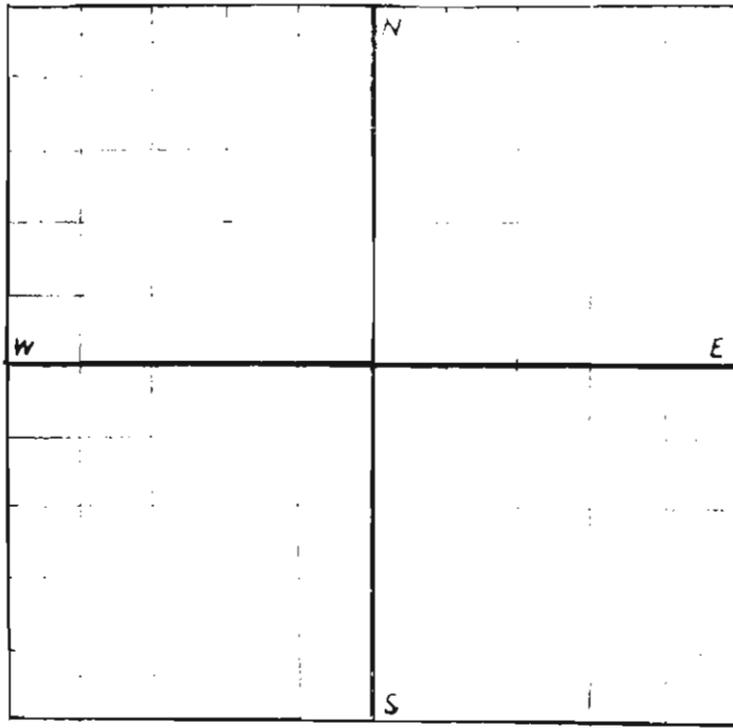
Se puede apreciar que existen cuatro regiones cuyas coordenadas tienen diferente signo. Ellas son:

NE, SE, SW, NW.

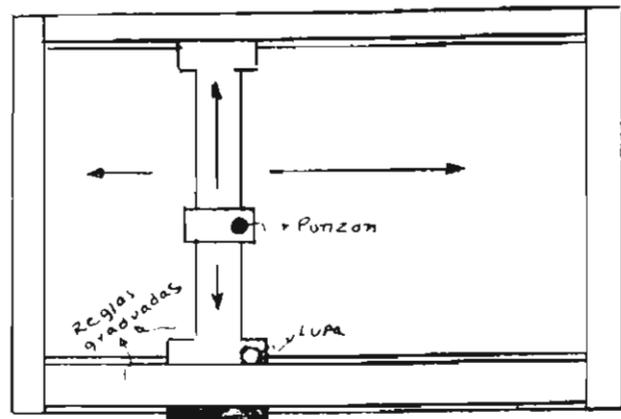
Como en topografía es muy conveniente trabajar con coordenadas POSITIVAS es recomendable que se adopte un origen de coordenadas lo suficientemente grande para que al entrar con los signos de proyecciones siempre resulten en el cuadrante NE todos los elementos.

Se acostumbra dibujar la cuadrícula del sistema de proyección con cruces de diez milímetros en cada vértice de cuadrícula y a cada cuadro se le da una longitud de diez centímetros. De tal manera que una longitud de diez centímetros representará cierta longitud del terreno según la escala que se trate.

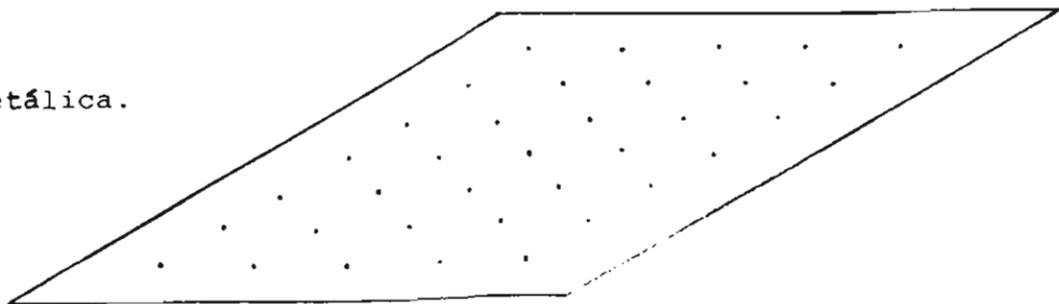
Estos puntos se pueden trazar por medio de escuadras o regla universal, pero no es recomendable cuando se trata de trabajos topográficos de precisión, en ese caso se usan los coordinatógrafos de reglas y la placa, que es una lámina de metal invar con perforaciones en cada vértice de cuadrícula, con este tipo de coordinatógrafo basta marcar sobre el papel los puntos de cuadrícula.



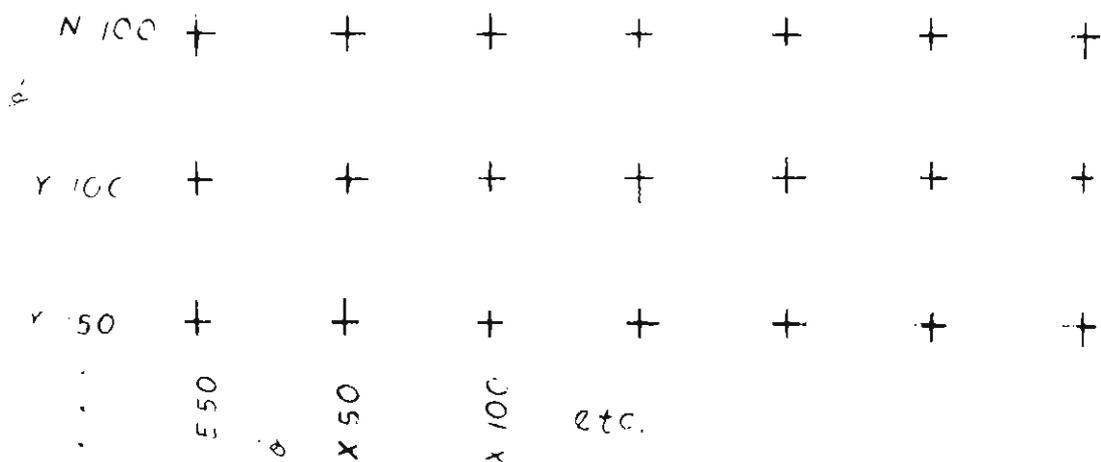
Coordinat6grafo de reglas.



Placa met6lica.



Una vez marcados los puntos de intersección de los ejes cartesianos, se indicará con dos pequeñas líneas el cruce de la línea NORTE-SUR y la ESTE-OESTE.



Es posible emplear cuadrículas con líneas continuas correspondientes a los meridianos y paralelos, ( nombre que reciben las líneas verticales y horizontales respectivamente ) pero no siempre es recomendable.

#### Convenciones de color.

En la representación planimétrica generalmente se usa tinta china negra para hacer líneas de diferente tamaño y espesor y para hacer hachures y ocasionalmente colores, que más bien se usan en mapas, cartas y en algunos planos que requieren una representación de la hidrografía, orografía, etc., que forman parte de la representación de la altimetría y planimetría simultáneas.

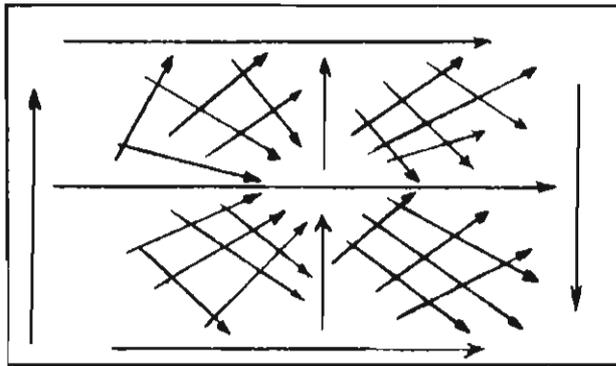
#### Convenciones toponímicas.

Para los nombres propios de cada lugar, en función de su importancia y ubicación, se elige el señalamiento y la nomenclatura para ciudades, poblados, capitales de estados o de países, etc.

#### Convenciones de escritura.

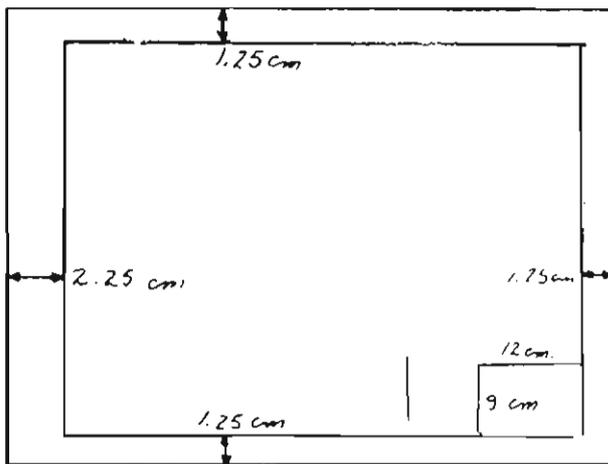
Se hace una selección entre los diversos tipos de letras para encabezados, acotaciones, notas, cuadro de datos, etc., para planos de catastro rural o urbano, para fraccionamientos, levantamientos en general, para mapas y cartas, etc.

Sentido de la escritura.- Si se escribe en forma horizontal se procurará guardar paralelismo entre las líneas. En la gráfica siguiente se dan los sentidos de escritura.

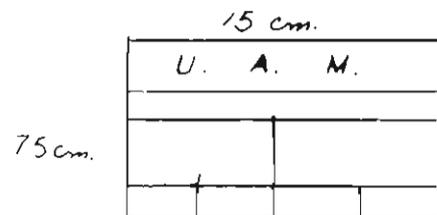


Convenciones para márgenes cuadro de datos y títulos.

Se pueden tomar convenciones arbitrarias, no obstante se acostumbra las convenciones que exponemos en las figuras siguientes:



Símbolo	clave
⊕	poste
⊞	ferrocarril
—	carretera



## Convención de escalas.

Al hablar de un plano topográfico nos referimos a una hoja de papel en la cual se ha representado o se va a representar una porción de terreno, para que en este dibujo se puedan interpretar las características, forma, detalles, etc. es necesario que las dimensiones del dibujo estén en razón con las del terreno, así, diremos que "x" unidades de medida en el plano corresponden a "y" unidades de medida sobre el terreno, esto es lo que recibe el nombre de escala, que es un número abstracto y se puede indicar en forma numérica o en forma gráfica.

Las escalas que se indican en forma numérica están sujetas a muchos errores pues el papel es afectado por cambios de temperatura, humedad y por diversos procedimientos de copia, todo esto hace que el tamaño varíe. No ocurre así, cuando se indican las escalas en forma gráfica, pues se ven afectadas por los mismos fenómenos, de manera que la relación de magnitudes se conserva. Es muy conveniente indicar ambas escalas, sobre todo en el caso de cartas o mapas topográficos.

Escala numérica: 1 cm = 100 m. ( léase: un centímetro es igual a 100 mts. ), quiere decir que un centímetro de longitud, en el papel, representa cien metros en el terreno. Si lo escribiésemos en forma unitaria, o sea, sin unidades de medida, simplemente la cifra, razonaríamos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Escala} &= \frac{1 \text{ cm}}{100 \text{ m}} = \frac{1}{x} && \text{Convirtiendo numerador y denominador a la misma unidad de medida;} \\ &= \frac{0.01 \text{ m}}{100 \text{ m}} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

$$\text{despejando } x = \frac{100}{0.01} = 10,000$$

por lo tanto:

$$E = \frac{1}{10,000} ; \text{ se lee "uno a diez mil" se escribe } 1:10,000 \text{ y}$$

significa que por cada unidad del dibujo corresponden 10,000 en el terreno. De igual forma:

1 cm = 250 m	6	1 : 25,000
1 dm = 100 m	"	1 : 1,000
2 cm = 150 m	"	1 : 7,500
5 cm = 100 m	"	1 : 2,000

**Escala gráfica.-** Consiste en una línea subdividida en distancias que corresponden a determinado número de unidades del terreno como módulos comparativos a la misma escala del plano, los ejemplos más comunes son los siguientes:



En los planos dibujados a escala de 1: 100 a 1: 5,000 se representan: alineamientos y perfiles de canales, vías de ferrocarril, divisiones parcelarias y trabajos urbanos.

A partir de la escala de 1: 5,000 tenemos:

- a) Planos directores a escalas de 1:10,000, 1:15,000, 1:20,000 y 1:25,000 para representar una porción más grande de terreno, pero ya comienza a tener alteraciones o a hacer desaparecer objetos de poca dimensión.
- b) Cartas topográficas a escalas de 1:50,000, 1:80,000, 1:100,000 que son usadas en la representación de un país, una parte de un continente ( según sus dimensiones ), usando generalmente signos convencionales, se especifica el tipo de proyección usado ya que, por la extensión representada, hay que pasar del esferoide al plano mediante tales procedimientos.

- c) Para representar países muy extensos o continentes se usan - cartas de escala 1:200,000 ó 1:500,000.
- d) Para cartas topográficas de diversos tipos se usan escalas - mayores de 1:500,000 como la de 1:1,000,000 por ejemplo y - las menores de 1:500,000 que son útiles para determinar medi - das y posiciones con cierta precisión.

Convenciones de signos.

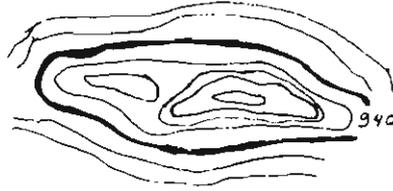
Consisten en una serie de especificaciones de tipo ( para tama - ño de letras, estilo de letras y rótulos ) y de colores de re - producción ( establece condiciones específicas para el uso de - elementos de reproducción; coloreo, retículas, etc. ).

Los símbolos aparecen como rótulos o en una leyenda de conven - ciones inscritas al margen inferior del plano o mapa.

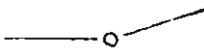
Son ejemplos de signos convencionales los siguientes:

Poblaciones.		
Carretera pavimentada.		
Carretera revestida.		
Camino vecinal.		
Ferrocarril.		
Línea divisoria de:		
a) país	b) estado	c) municipio
Río.		
Lago.		

Curvas de nivel.



Vértice de:

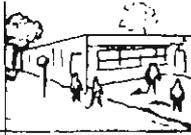
a) poligonal 

b) triangulación 

Los ejemplos anteriores fueron tomados de los signos convencionales que usa la Secretaría de Recursos Hidráulicos.

Para casos de planos que cubren una pequeña extensión o casos - muy particulares, se toman convenciones arbitrarias, no obstante en la publicación No. 321 del INSTITUTO PANAMERICANO DE GEOGRAFIA E HISTORIA, titulada Manual Técnico de Convenciones topográficas, se han fijado las características de los signos que se usan en toda la América Latina. Son ejemplo los siguientes:

EDIFICIOS Y LUGARES POBLADOS

NO.	ACCIDENTES	Escala	MANUSCRITO DE IDENTIFICACION O COMPLICACION		DIBUJO GRAVADO (Estandarizado)		DESCRIPCIONES	NO.
			Simblos	Especificaciones	Simblos	Especificaciones		
111	Edificio con altura mayor de 10 metros de la columna. (Escuela, Monasterio, Iglesia, etc.) (Sección A-C)		<p>A </p> <p>B </p> <p>C </p>	<p>A  1:1000</p> <p>B  1:2000</p> <p>C  1:5000</p>	<p>A </p> <p>B </p> <p>C </p>	<p>A  1:1000</p> <p>B  1:2000</p> <p>C  1:5000</p>		111
112	Escuela que no excede de 10 metros		<p>A </p> <p>B </p> <p>C </p>	<p>A  1:1000</p> <p>B  1:2000</p> <p>C  1:5000</p>	<p>A </p> <p>B </p> <p>C </p>	<p>A  1:1000</p> <p>B  1:2000</p> <p>C  1:5000</p>		112
113	Escuela que excede de 10 a 50 metros de altura (Escuela de 8 a 12)		<p>A </p> <p>B </p> <p>C </p>	<p>A  1:1000</p> <p>B  1:2000</p> <p>C  1:5000</p>	<p>A </p> <p>B </p> <p>C </p>	<p>A  1:1000</p> <p>B  1:2000</p> <p>C  1:5000</p>		113
114	Escuela con altura de hasta mayor de 50		<p>A </p> <p>B </p> <p>C </p>	<p>A  1:1000</p> <p>B  1:2000</p> <p>C  1:5000</p>	<p>A </p> <p>B </p> <p>C </p>	<p>A  1:1000</p> <p>B  1:2000</p> <p>C  1:5000</p>		114

APÉNDICE ( B )

Modelos de registro de campo y planillas de cálculo para trabajos de topografía.

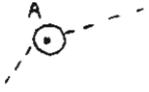
Las formas que a continuación se presentan son una guía para el lector en lo que se refiere al uso de libretas de tránsito, de nivel o de secciones transversales, así como modelos de planillas para cálculo. Esto no quiere decir que se harán siempre idénticas a las que aquí se describen, ya que cada persona, empresa o institución seguirá sus propias normas y convenciones, pero siempre partiendo de la base de que un registro de campo o una planilla de cálculo deben ser diseñados de tal manera que el usuario no tenga dudas y pueda llenarlos en forma clara y legible, es decir que se entiendan e interpreten fácilmente para su revisión, comprobación y consultas posteriores.

Abreviaturas y símbolos usados :

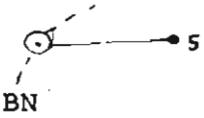
Est.	Estación
P.O.	Punto observado
P.V.	Punto visado
Dist.	Distancia
T-1, T-2, T-3... etc.	Tramos medidos
Obs.	Observaciones
RMO.	Rumbo magnético observado
RMC.	Rumbo magnético calculado
RA.	Rumbo astronómico
$\downarrow$ = Dec.	Declinación magnética
Deflex = $\Delta$	Deflexión
AZ	Azimut
Ang. hor. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Der.} \\ \text{Izq.} \end{array} \right.$	Ángulo horizontal a la $\left\{ \begin{array}{l} \text{Derecha} \\ \text{Izquierda} \end{array} \right.$
$\sphericalangle$ hor. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Der.} \\ \text{Izq.} \end{array} \right.$	Ángulo horizontal a la $\left\{ \begin{array}{l} \text{Derecha} \\ \text{Izquierda} \end{array} \right.$
$\ominus$	Lectura del ( ángulo ) círculo horizontal
Ang. Vert.	Ángulo vertical
$\sphericalangle$ Vert.	Ángulo vertical
$\phi$	Lectura del círculo ( ángulo ) vertical
(+)	Lectura positiva, lectura anterior, estadal atrás etc.
(-)	Lectura negativa, lectura posterior, estadal adelante etc.
$\bar{h}$ = a.ap.	Altura de observador, altura de aparato, altura de la línea de colimación etc.

LS  
Lm  
LI

Lectura Superior ( sobre el estadar )  
Lectura media ( sobre el estadar )  
Lectura Inferior ( sobre el estadar )



Vértice de poligonal topográfica.

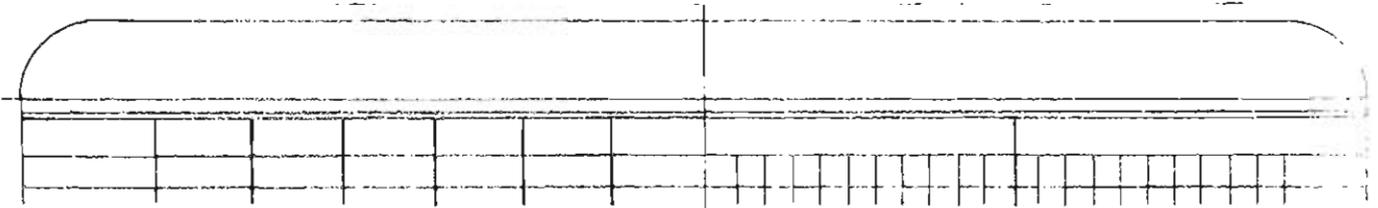


Punto radiado #5

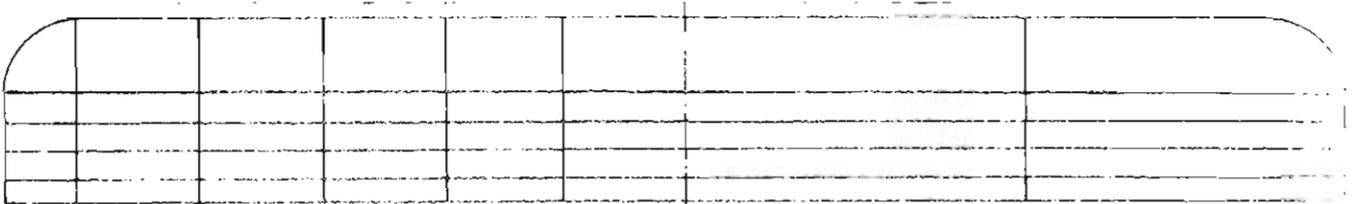
BN  
PL1, PL2, ... ET.

Banco de nivel  
Punto de liga ( pts. auxiliares ).

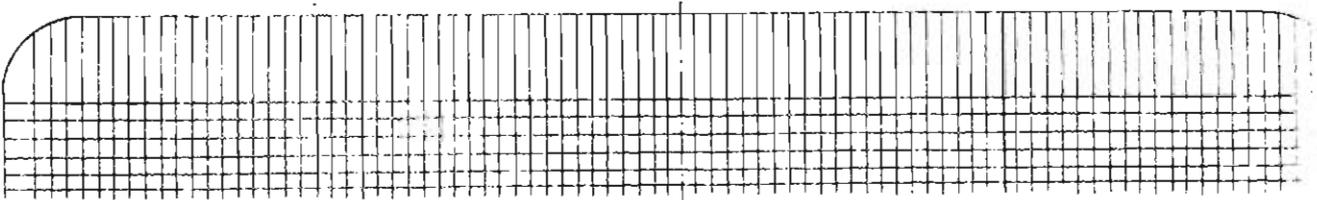
1. Libreta de tránsito.



2. Libreta de nivel



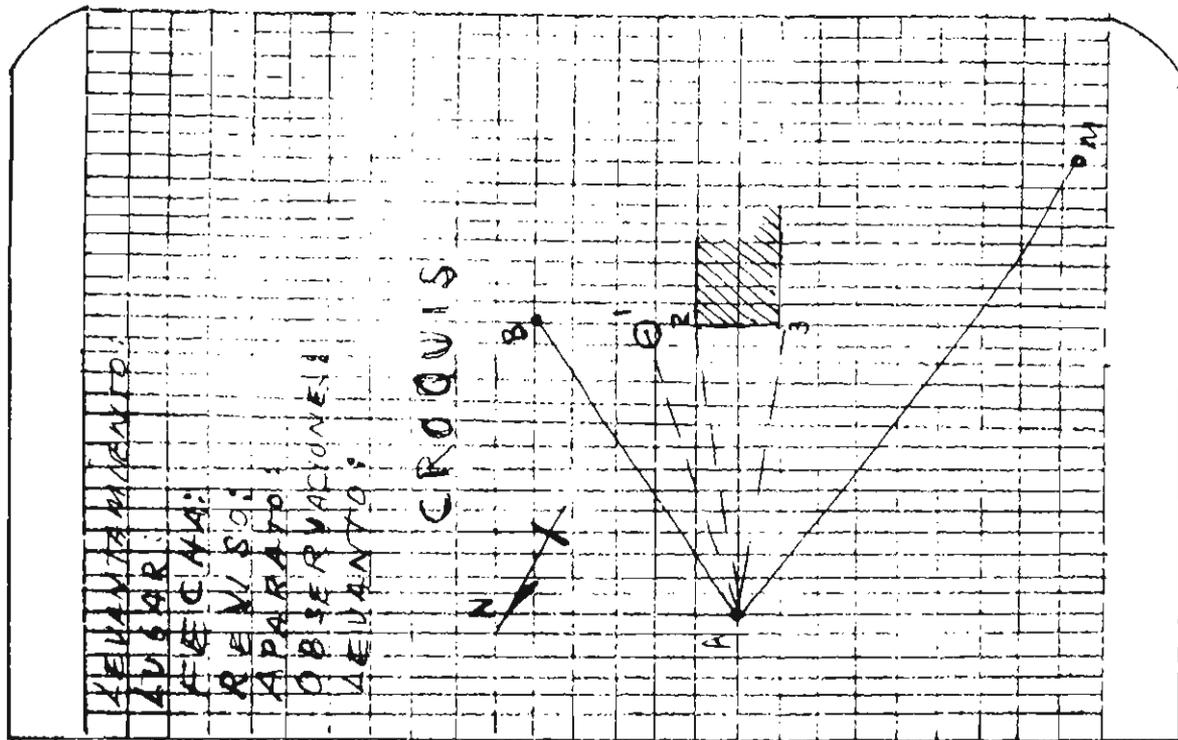
3. Libreta de secciones transversales.



Estos son los tres tipos más usuales; para quien los juzgue útiles. La libreta de tránsito puede ser usada en todos los casos, no obstante cuando se tiene una gran cantidad de trabajo topográfico su control y archivo hace necesario el uso de todos y cada uno de los tipos de libreta, inclusive separándolos de acuerdo a los diferentes levantamientos que se practiquen.

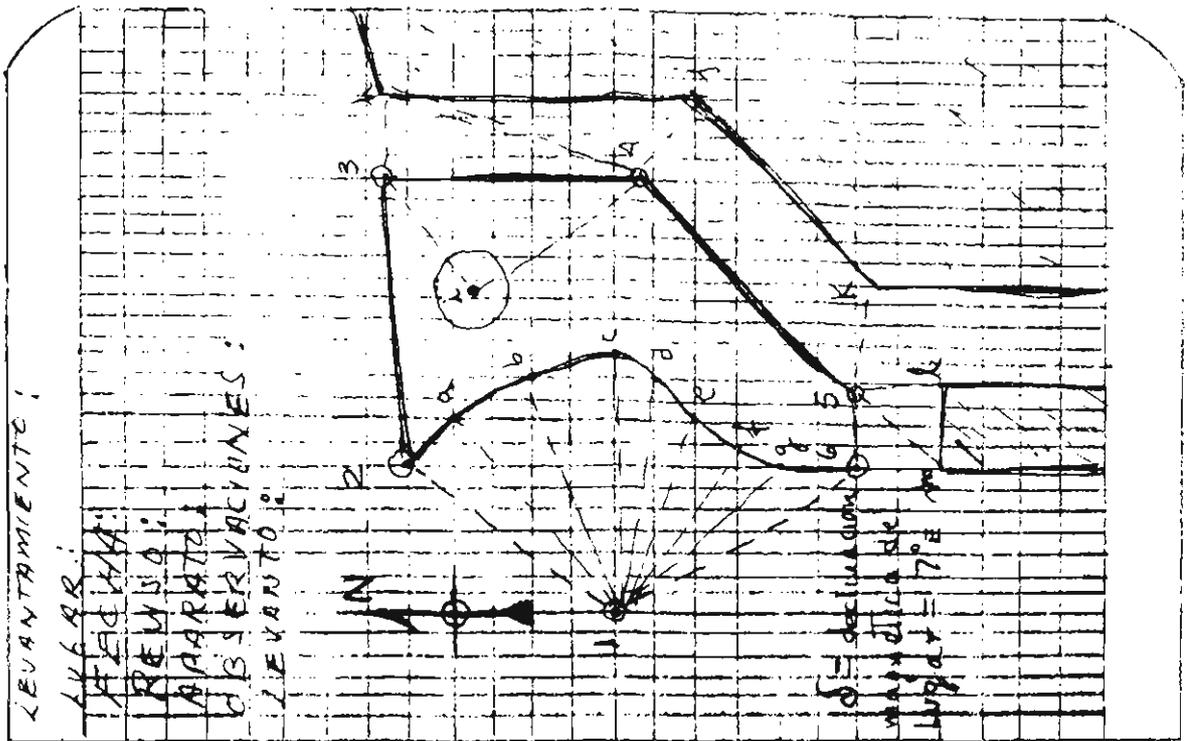


LADO		T-1	T-2	T-3	DIST.
EST.	P.O.				
A	B	10.21	12.33	13.06	35.60
	1				21.30
	2				16.21
	3				18.14
	M	30.16	13.90	19.15	53.81
B	A	13.10	12.30	10.18	35.58
EJEMPLO DE:					
REACCION		0.75			
ERROR - DIST. MEDIA		141820			
ERROR UNITARIO PRECISION		1891			
		1:1891			



MEDIDA DE DISTANCIAS CON LONGIMETROS DE ACERO

EST.	P.O.	DIST.	R.M.O.	OBS.
1	2	77.80	NE 36	Vertice de Poligono
	a	79.60	NE 43	mal.
	b	80.00	NE 48	
	c	86.74	NE 83	Punto radiado
	d	83.17	SE 88	a la parte
	e	80.05	SE 61	irregular
	f	76.21	SE 40	del edificio
	g	74.12	SE 37	
	h	88.45	SE 16	Pto. de Poligono









P.O.	(+)	$\bar{X}$	(-)	COTA	OBS.
BNA	1.452	101.452		100.00	NO NUMER. EN CONCRETO
PL1	1.172	102.279	0.345	101.107	
PL2	1.000	100.844	2.435	99.844	
PL3	1.075	100.130	1.789	99.055	
PL4	2.086	100.744	1.472	98.658	
PL5	1.771	100.265	2.250	98.494	
PL6	1.874	100.069	2.070	98.195	
BNB			1.520	98.549	PLACA SOBRE UN. ELEVACION
$\Sigma$	10.430		11.881		
		COTA BNA =	100.00		
		COTA BNB =	98.549		
		DESNIVEL =	1.451		
		COMPRACION DEL REGISTRO			
(IDA)		$\Sigma (+) =$	10.430		
		$\Sigma (-) =$	11.881		
		DESNIVEL =	1.451		
BNB	0.433	98.982		98.549	
PL1	2.257	100.329	0.410	98.072	
PL2	2.467	100.784	2.012	98.317	
PL3	1.168	99.784	2.168	98.616	
PL4	1.491	100.233	1.042	98.742	
PL5	2.932	101.953	1.212	99.021	
PL6	0.978	101.918	1.013	100.94	
BNA			1.900	100.018	
$\Sigma$	11.726		10.257		

NIVELACIÓN DIRECTA

NIVELACION:

LUGAR:

FECHA:

OBSERVACIONES:

ANOTAS:

REVISOR:

APARATO:

NOTAS:

COMPRACION DEL REGISTRO (NUEVA)

COTA BNB = 100.018

COTA BNA = 98.549

DESNIVEL = 1.469

$\Sigma (+) =$  11.726

$\Sigma (-) =$  10.257

DESNIVEL = 1.469

CIERRE DE NIVELACION

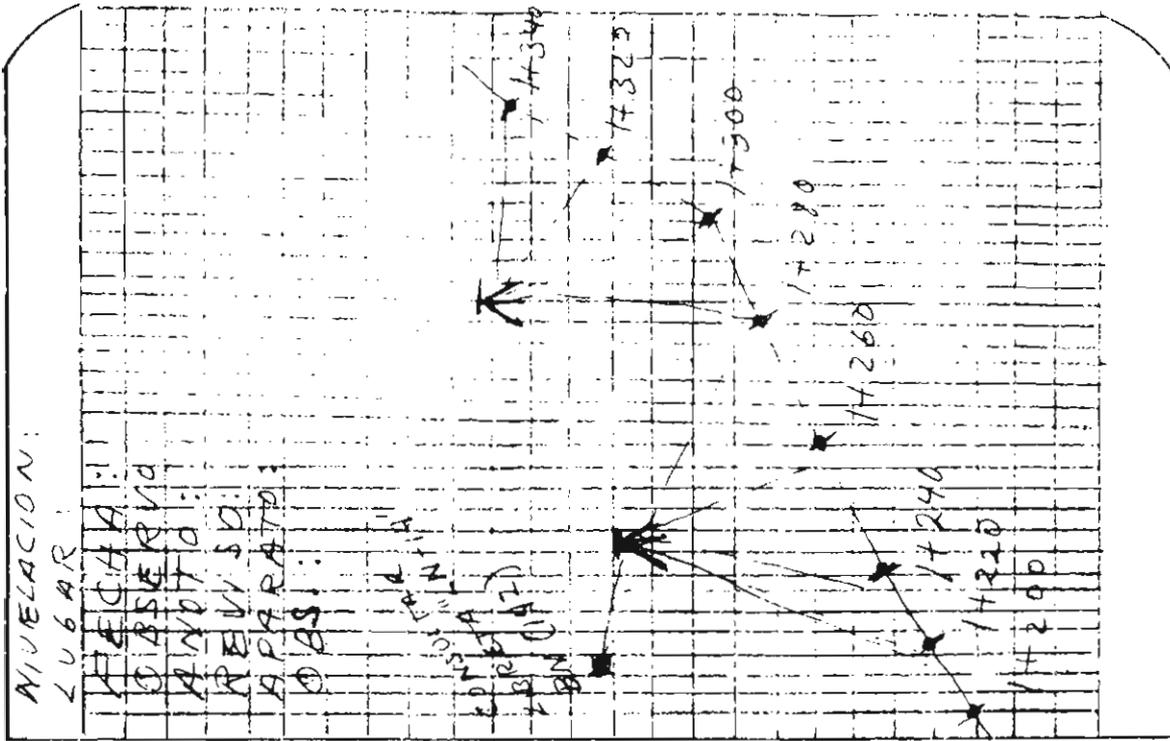
VIDE RANCHA  $T_{obs} = 0.0110$  km

ERRORES = 0.018 m

DISTANCIA = 4.5 km

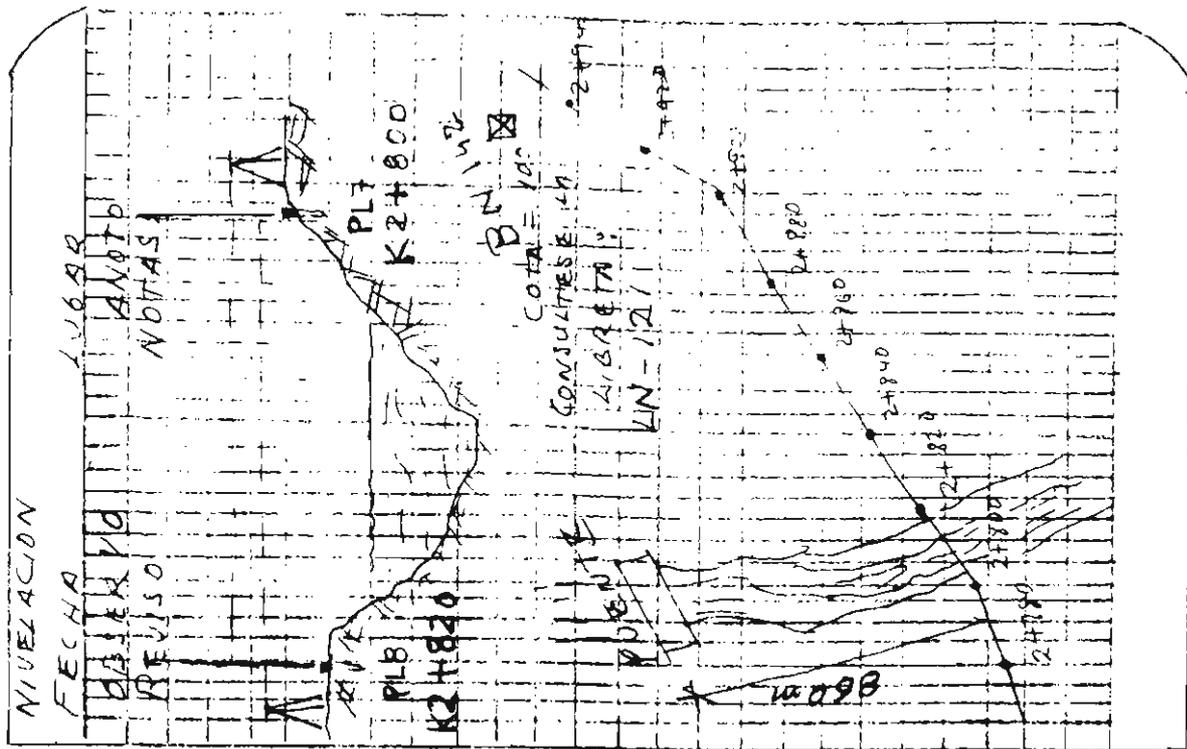
$T = 0.01745 = 0.0212$  km

PO.	(+)	∑	(-)	COTA.	NOTAS.
BN142	0.181	49.911		49.730	
1+200			1.934	47.977	
1+220			2.042	47.869	
1+240			2.731	47.180	
1+260			3.184	46.727	
1+280	1.931	47.590	2.452	77.459	
1+300			2.021	47.369	
1+320			2.044	47.316	
1+340	1.442	47.900	2.932	46.458	
E.T.C.					



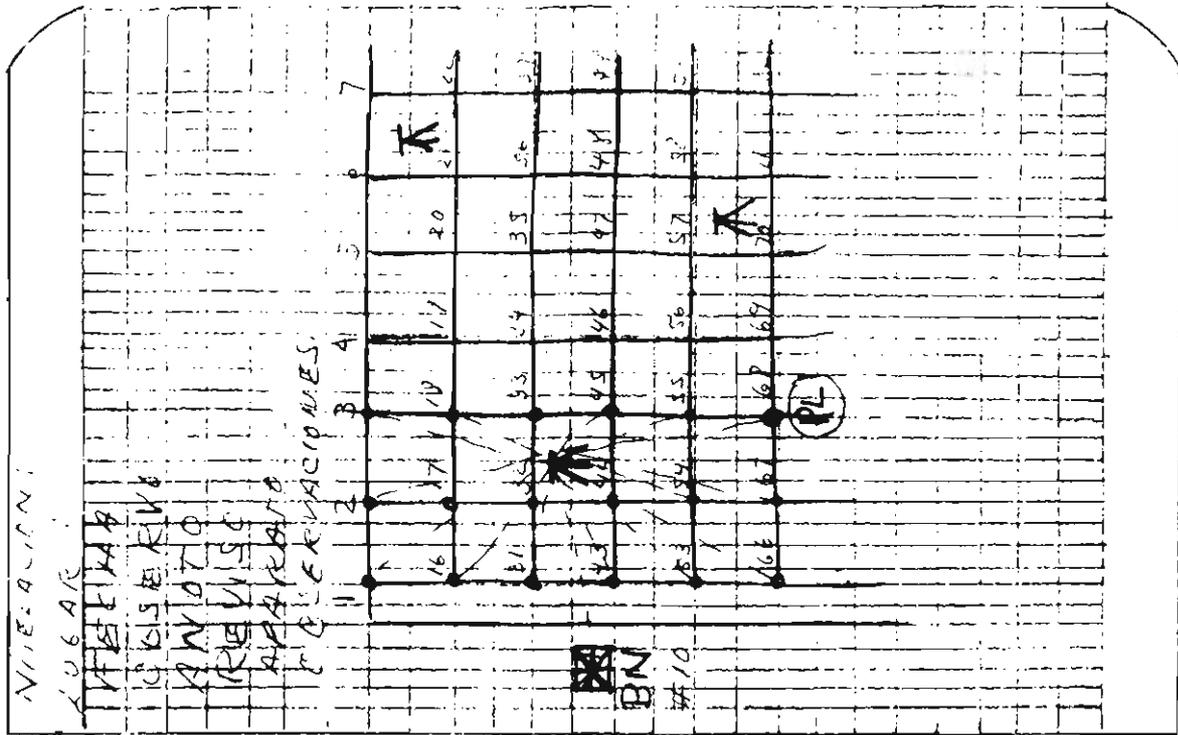
NIVELACIÓN DE PERFIL

P.O.	(+)	(-)	Dif. de Elevación	Elevación & COTA
2+800	1.731	122941		121.210
2+820		1.072		
		1.068		
		1.070		
		1.072		
	Prom.	1.065	0.666	121.876
2+820	0.399	122.275		121.876
2+800		1.060		
		1.061		
		1.057		
		1.058		
	Prom.	1.059	0.660	121.216
	DEFERENCIA =		0.006	
	REQUERIDA =		121.210	
			0.663	
2+820			121.873	



NIVELACION RECÍPROCA

P.O.	(+)	$\bar{x}$	(-)	LOGA	NOTAS
BNIC	1.147	10.144		11.500	
1			1.742	99.402	
2			1.769	99.315	
3			1.576	99.797	
16			1.521	99.553	
17			1.612	99.532	
18			1.597	99.545	
21			1.671	99.503	
32			1.727	99.412	
33			1.724	99.510	
70			1.527	99.495	
77			1.422	99.112	
45			1.727	99.412	
			1.672	99.491	
54			1.585	99.447	
			1.751	99.722	
80			1.770	99.354	
61			1.620	99.284	
62	1.578	10.212	1.177	99.223	
4					
5					
6					



NIVELACIÓN DE CUADRÍCULA

SECCIONES TRANSVERSALES		CON NIVEL FIJO O NIVEL DE MANO	
LEVANTAMIENTO:		LEVANTO:	
FECHA:		FECHA:	
REVISO:		REVISO:	
APARATO:		APARATO:	
OBSERVACIONES:		OBSERVACIONES:	
LUGAR:		LUGAR:	
120' VERDA		DERECHA	
MODELO PINNIVEL FIJO		BANCO DE NIVEL N.º 1235	
DISTANCIA		COTA	
LECT. ESTADAL		LECT. ESTADAL	
COTA		ALTURA DE PARAFIJO	
D		A	
L.F.		L.F.	
C		C	
MODELO PINNIVEL DE MANO		LINEA TRAZADA O LINEA DE PROYECTO	
DISTANCIA		BANCO DE NIVEL	
COTA		COTA	
D		D	
C		C	

15.00	2.00	38.5	2.20	8.70	15.00
3.45	1.28	2.43	1.10	1.30	0.90
99.77	99.62	99.47	100.50	100.70	100.00
K 54100		K 54100		K 54100	
2.97	2.90	2.30	3.30	9.80	15.00
99.97	99.67	99.70	100.36	100.28	100.72
K 217300		K 217300		K 217300	
93.17	91	92	94	95	96
13	11	9	8	8	13
90	91	92	94	95	96
13	12	8	9	9	14
90	91	92	94	95	96



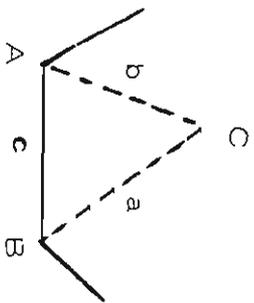


CÁLCULO DE LOS ÁNGULOS DE UN POLÍGONO EN FUNCIÓN DE SUS DISTANCIAS

FÓRMULA EMPLEADA:

NOMBRE:

Observaciones:



$$\tan \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{(p-b)(p-c)}}{p(p-a)}$$

$$\cos \frac{A}{2} = \frac{p(p-a)}{bc}$$

$$\operatorname{sen} \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{(p-b)(p-c)}}{bc}$$

ÁNGULO							
FIGURA							
a							
b							
c							
2p							
p							
p-a							
p-b							
p-c							
Producto							
Cociente							







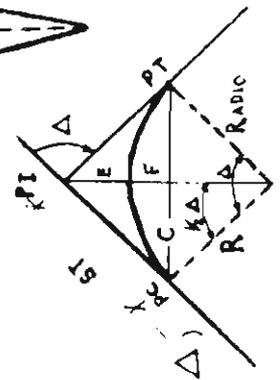
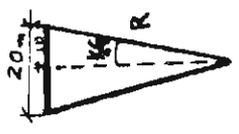
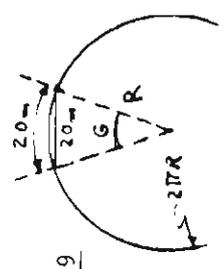




UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

CÁLCULO DE LAS DEFLEXIONES DE UNA CURVA HORIZONTAL SIMPLE

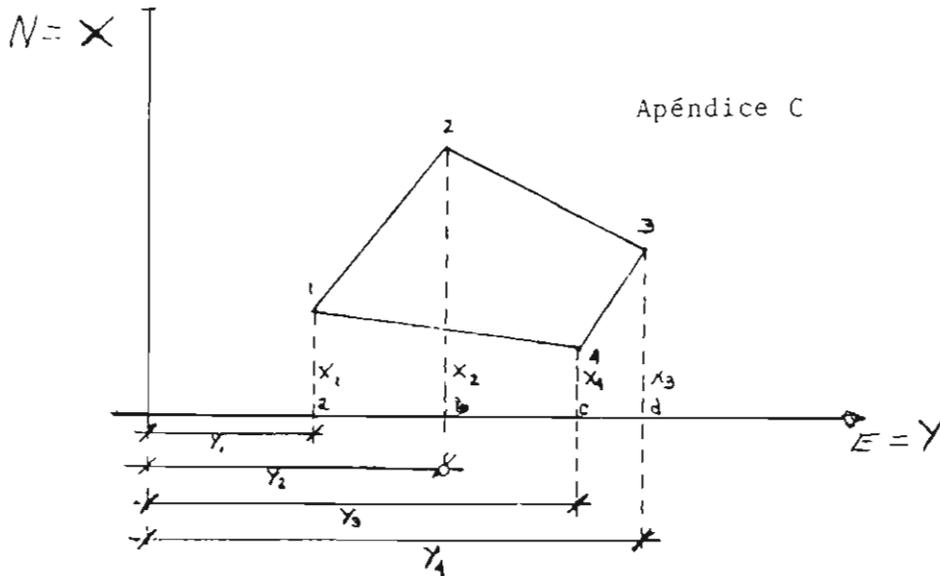
Fórmulas:	ESTACIÓN:	CADENAMIENTO:	DEFLEXIÓN:
$2 \pi R: 20 : 360 : G$			
$\therefore R = \frac{1145.9}{G} \quad G = \frac{1145.9}{R}$			
$\text{Sen } 1/2 \Delta = \frac{10}{R}$			
$R = \text{ST} \cot 1/2 \Delta$			
$R = \frac{C}{2 \text{ Sen } 1/2 \Delta}$			
$\text{ST} = R \tan 1/2 \Delta$			
$\text{LC} = \frac{\Delta \cdot 20}{G}$			
$n = \frac{\Delta}{G}$			
$E = \text{ST} ( \csc 1/2 \Delta - \tan 1/2 \Delta )$			
$F = \text{ST} \text{ Sen } 1/2 \Delta - E$			
$E = \text{ST} \text{ Tan } 1/4 \Delta$			
Nombre _____			
Matrícula _____			
Observaciones _____			



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA  
CÁLCULO DE LAS ELEVACIONES DE LOS PUNTOS  
DE UNA CURVA VERTICAL PARABÓLICA POR EL  
MÉTODO DE VARIACION DE PENDIENTE

D A T O S :	S O L U C I Ó N :	Variación de P.	P. por 20 m .	P. de cuerda	Elevac.	Estación
Pendiente de entrada: Pe =	Pe/20 m = Ps/20 m = D =					
Pendiente de salida: Ps =	Nº. de estaciones adaptadas N =					
Variación máxima de pendiente: Vm =	Variación real de pendiente V = 0.5V =					
Elevación: PIV =	Elevación de: PCV =					
Cadenamiento: PIV =	Elevación de: PTV =					
Observaciones:						





Otro método: Para deducir la fórmula del área en función de coordenadas

La deducción de la fórmula del área mediante el uso de los trapecios que se forman con la figura y alguno de los ejes cartesianos, como se ve en la figura anterior, el cuadrilátero 1, 2, 3, 4 cuyas coordenadas  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_3, Y_3), (X_4, Y_4)$  respectivamente nos definen cuatro trapecios:  $a12b, b23d, a14c, c43d$  y su suma algebraica nos da el área de la figura:

$$A = A_{12ba} + A_{23db} - A_{3dc4} - A_{4ca1}$$

Considerando la fórmula para el área del trapecio  $A = \left(\frac{B+b}{2}\right) h$  en la que:

$B$  = base mayor o lado mayor

$b$  = base menor o lado menor

$h$  = altura del trapecio

para nuestro análisis los elementos de la fórmula anterior, serán definidos por diferencias de abscisas y diferencias de ordenadas de manera que:

$$A = \frac{X_1+X_2}{2} (Y_2-Y_1) + \frac{X_2+X_3}{2} (Y_3-Y_2) - \frac{X_3+X_4}{2} (Y_3-Y_4) - \frac{X_4+X_1}{2} (Y_4-Y_1)$$

o bien:

$$2A = (X_1+X_2) (Y_2-Y_1) + (X_2+X_3) (Y_3-Y_2) - (X_3+X_4) (Y_3-Y_4) - (X_4+X_1) (Y_4-Y_1)$$

desarrollando y factorizando

$$2A = X_1(Y_2 - Y_4) + X_2(Y_3 - Y_1) + X_3(Y_4 - Y_2) + X_4(Y_1 - Y_3)$$

generalizando para una poligonal de n lados y simplificando:

$$2A = \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1})$$

en la que i, es una succión de valores desde 1 hasta n.

La expresión obtenida cambia para el caso en que la proyección sea sobre el eje de las X a:

$$2A = Y_1(X_4 - X_2) + Y_2(X_1 - X_3) + Y_3(X_2 - X_4) + Y_4(X_3 - X_1)$$

$$2A = \sum_{i=1}^n Y_i (X_{i-1} - X_{i+1})$$

Esta fórmula nos puede servir como chequeo del valor obtenido para el área y puede aplicarse el método mnemotécnico descrito para la deducción por medio de determinantes para el cual usamos los ejes cartesianos girados 90° con respecto al usado en esta deducción, pero la finalidad en ambos casos fue encontrar la fórmula para el cálculo del área y poder usar la adecuada en cualquier caso en que tengamos la posición de los ejes cartesianos.

BIBLIOGRAFÍA

HIGASHIDA M. SE, Sabro, Topografía general, México, 1978.

MONTES DE OCA, Miguel, Topografía, Representaciones y servicios de ingeniería, México, 1974.

TORRES, Alvaro, Topografía, Cali, Edit. Norma, 1977.

TOSCANO, Ricardo, Métodos topográficos, México, Edit. Porrúa, 1978.

## Apuntes de topografía

Se terminó de imprimir  
en el mes de junio de 1989  
en los talleres de la Sección  
de Impresión y Reproducción  
de la Universidad Autónoma Metropolitana,  
*Unidad Azcapotzalco*  
La edición estuvo a cargo de la Sección  
de Producción y Distribución Editoriales

Se imprimieron 100 ejemplares  
más sobrantes para reposición.







Hacia nuevos retos

Universidad Autónoma Metropolitana  
Vigilando el tiempo, impregnando

0092101 28492



38.00 - \$ 38.00